



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

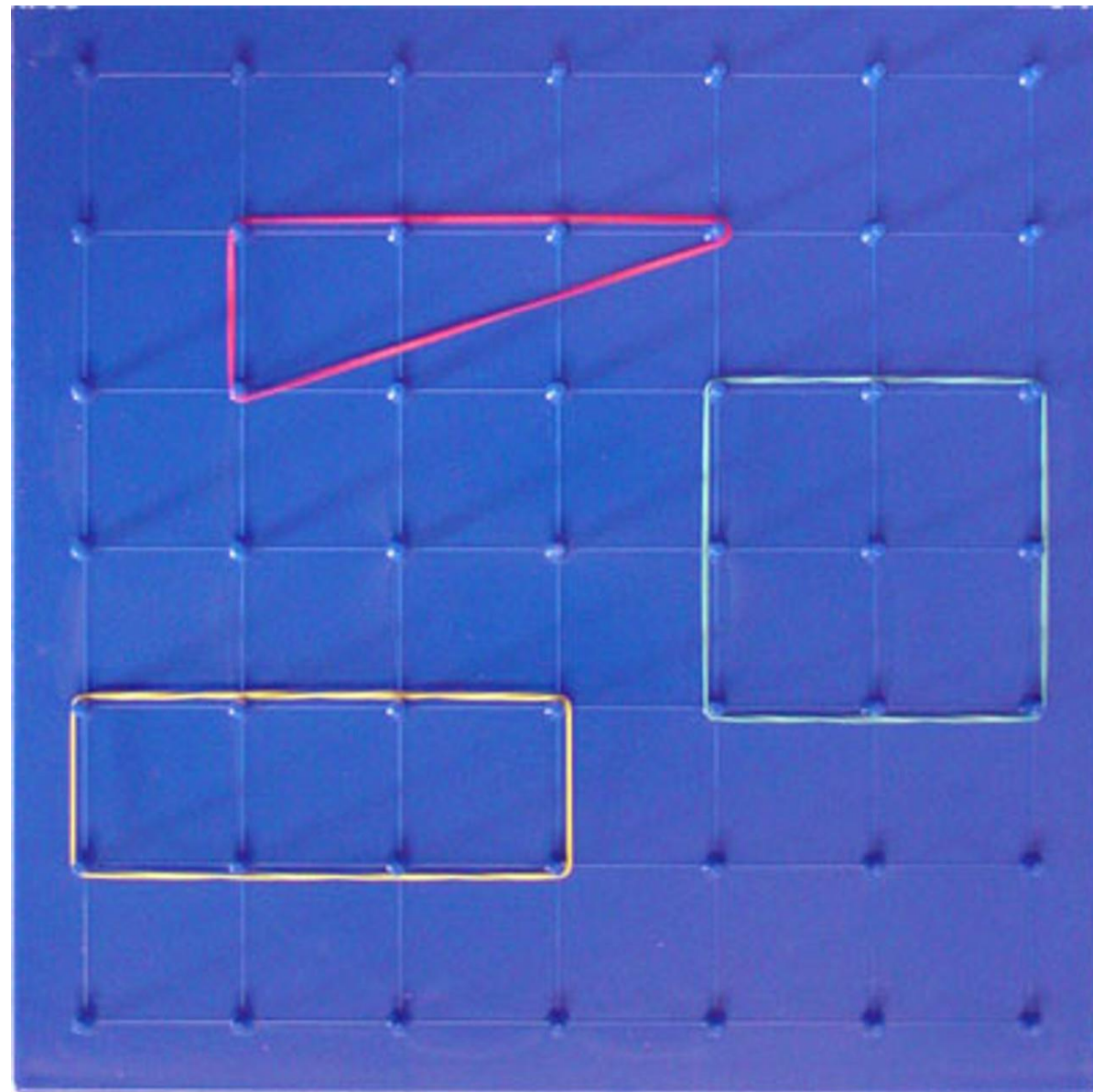
Matematica per la formazione di base con laboratorio di matematica (A-L)

Seconda Edizione – A.A. 2024/25

Prof. Matteo Vannacci

Tutor Goffredo Manzo

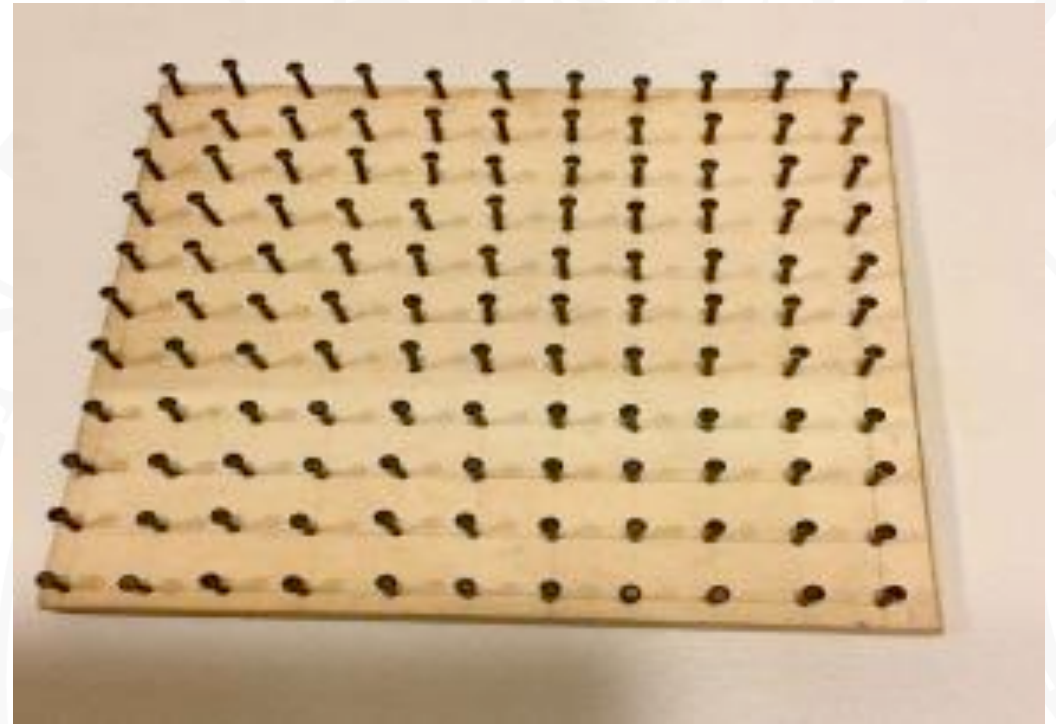
Il Geopiano (Geoboard)



Il Geopiano (Geoboard)

La geoboard è stata creata dal matematico egiziano Caleb Gattegno nel 1955. Gattegno era alla ricerca di un metodo per insegnare la geometria in modo più manipolativo.

Anche se oggi la maggior parte delle geoboard sono realizzate in plastica, l'originale consisteva in una tavola quadrata di legno con chiodi che formavano un disegno, in modo tale che sporgessero e si potessero agganciare degli elastici per rappresentare diversi elementi e figure geometriche.



CALEB GATTEGNO (1911 - 1988)

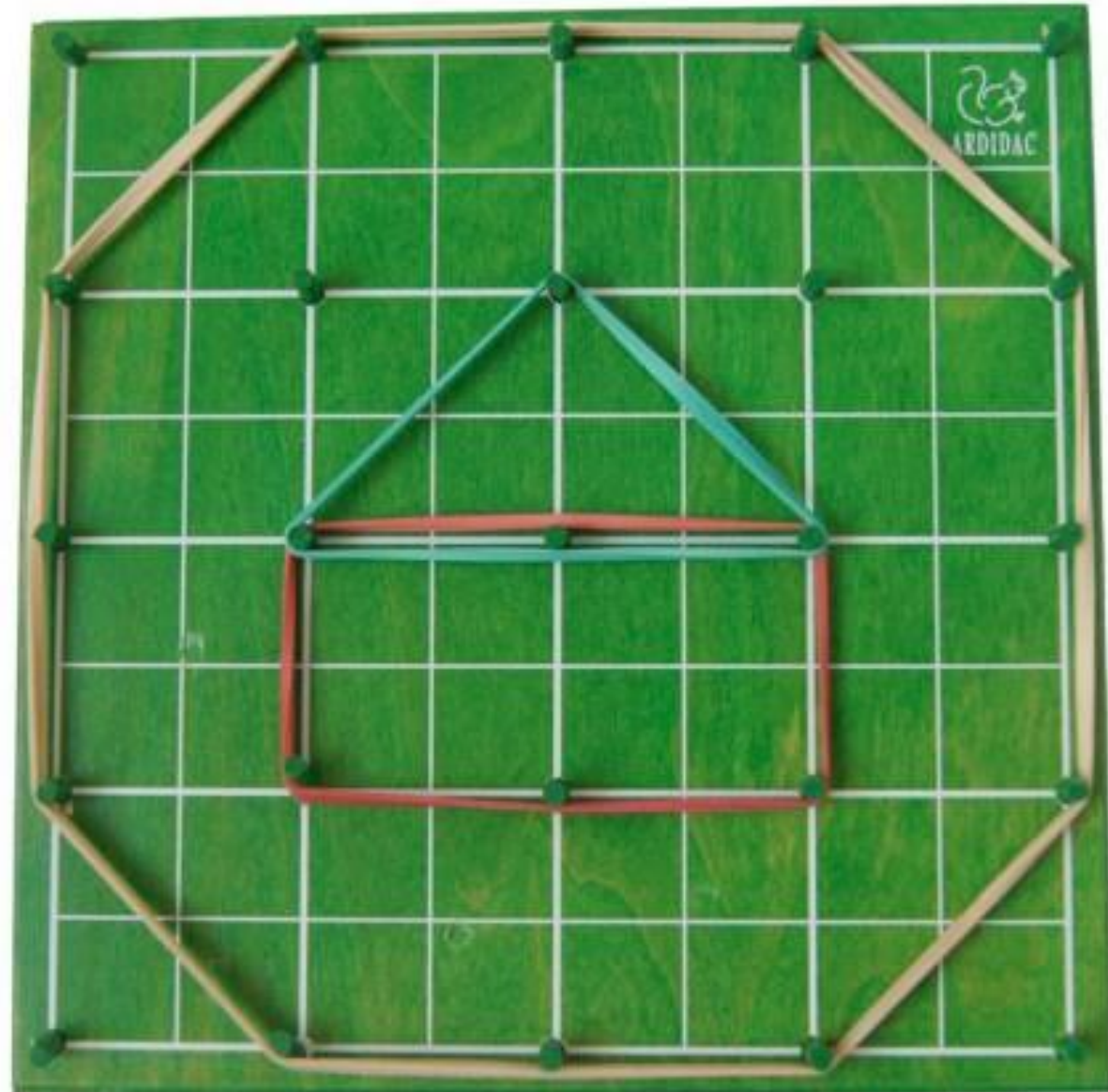
È stato un educatore e autore egiziano-francese noto per le sue innovative teorie sull'insegnamento e sull'apprendimento delle lingue e delle materie scientifiche.

Una delle sue creazioni più famose è il "Geopiano" (o tavola dei chiodi) utilizzato per l'apprendimento della geometria e delle abilità spaziali. L'approccio di Gattegno all'insegnamento ha enfatizzato l'importanza dell'esperienza pratica e della manipolazione diretta degli oggetti per favorire la comprensione e l'apprendimento degli studenti.



Geopiano ortometrico

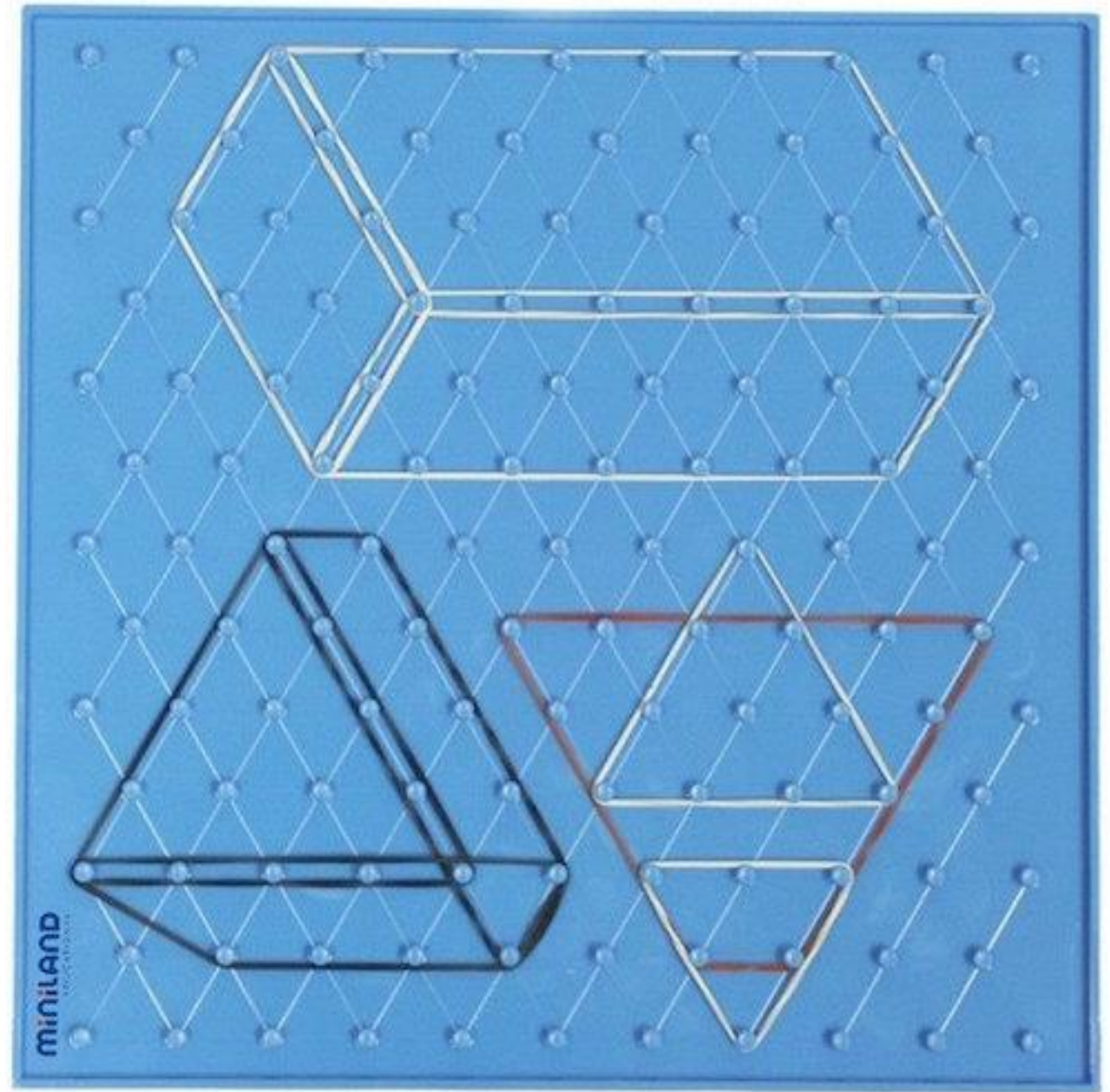
I perni sono disposti secondo uno schema a griglia quadrata



Geopiano isometrico

Con un diagramma triangolare, i punti si trovano ai vertici dei triangoli equilateri..

Le composizioni ed i problemi che possono essere proposti sono diversi da quelli posti con i geopiani ortometrici.



Geopiano circolare

I perni sono disposti in cerchio. Può essere utilizzato per studiare le proprietà degli elementi del cerchio e delle figure in esso inscritte e circoscritte. Inoltre, ti consente di costruire poligoni regolari. Può essere utilizzata anche per studiare le proprietà delle frazioni.



COME SI COSTRUISCE UN GEOPIANO?

- ✓ 1 Pannello polionda formato A4 spessore consigliato: 3 mm
- ✓ 140 fermacampioni (i numero 4 vanno benissimo)
- ✓ 1 dorsetto (costolina per rilegare i fogli)
- ✓ 1 foglio a quadretti da 1 cm in formato A4
- ✓ 1 matita dura (tipo 2H) ben temperata
- ✓ 1 chiodo
- ✓ scotch di carta
- ✓ elastici di vari colori



140 fermacampioni



1 dorsetto per
rilegature



pannello polionda
- formato A4
- spessore 3mm



1 chiodo



elastici colorati



1 foglio
a quadretti da 1 cm
formato A4



scotch di
carta



matita 2H

Fase 1

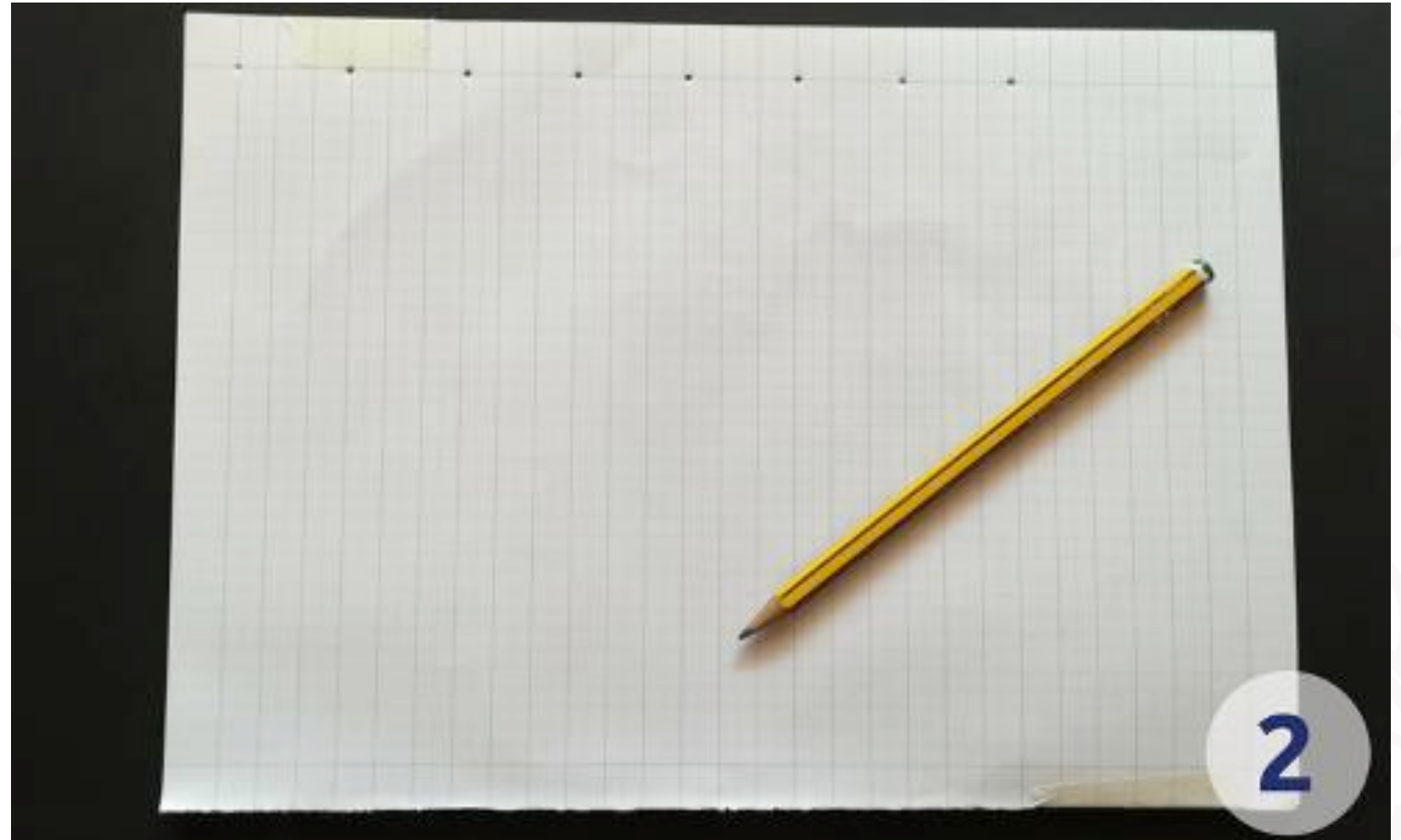
Scegliere lo strato di
polionda di dimensioni 21x21
cm (formato A4)



Fase 2

Fissare con dello scotch il foglio a quadretti allo strato di polionda e bucare con il lapis. La griglia può essere di 1 o 2 cm indifferentemente.

L'importante è mantenere lo stesso passo per tutta la tavola



Fase 3

Una volta effettuati tutti i fori
rimuovere il foglio a
quadretti



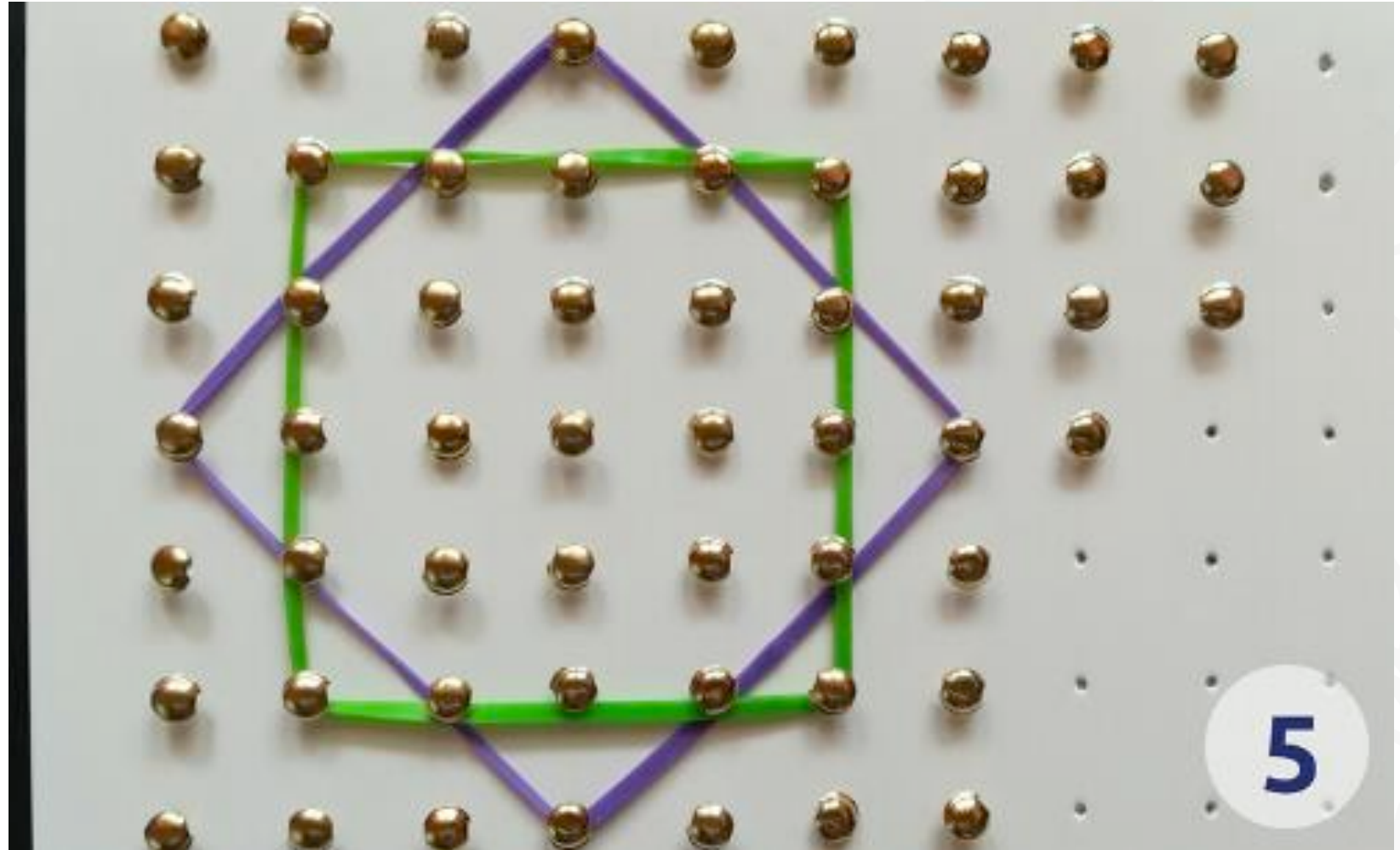
Fase 4

Utilizzare un chiodo per forare completamente il polionda, in modo tale da poter inserire i fermacampioni nei buchi.



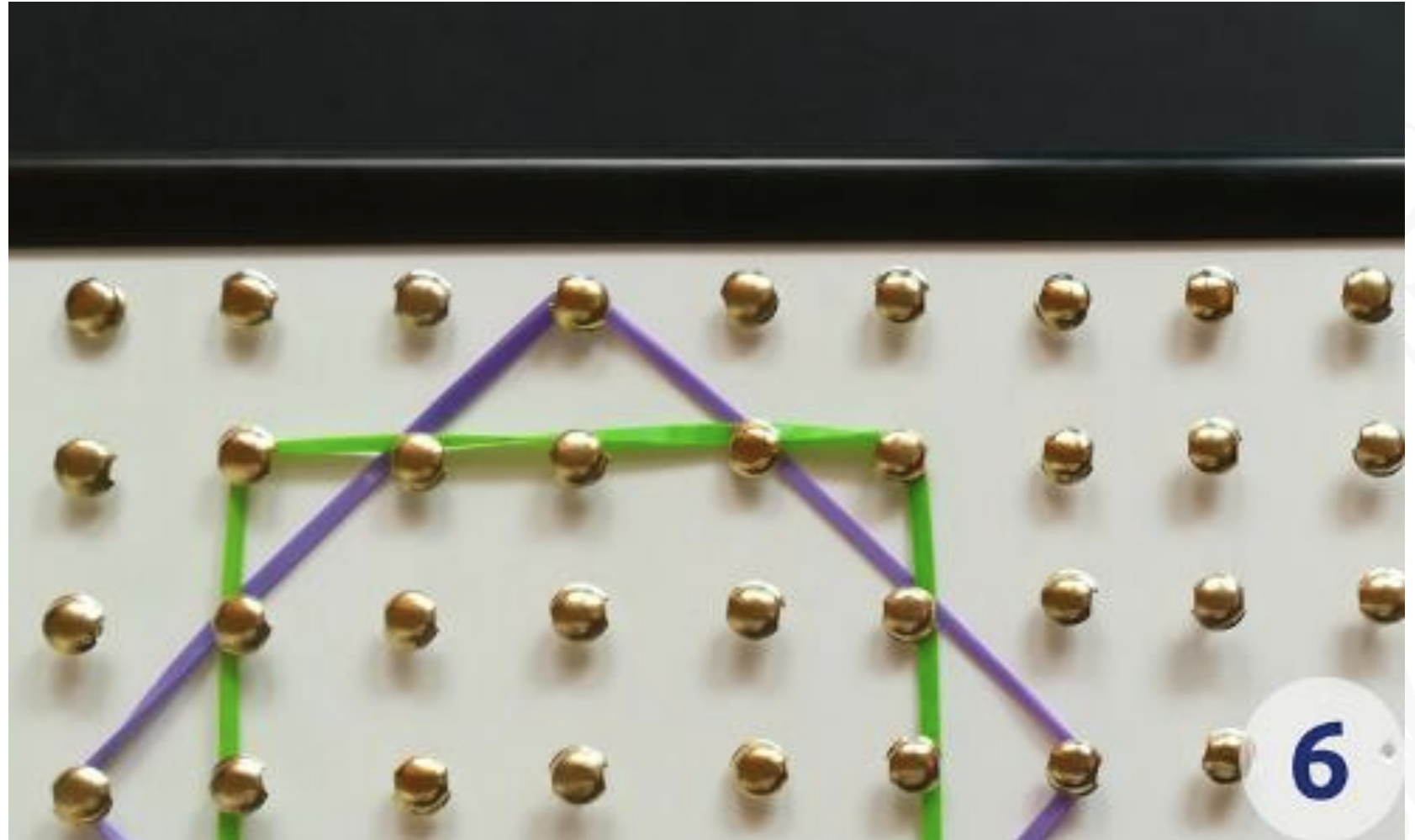
Fase 5

Inserire i fermacampioni lasciando un paio di mm di gioco tra la testa del fermacampione e il pannello, altrimenti l'elastico non passa al di sotto

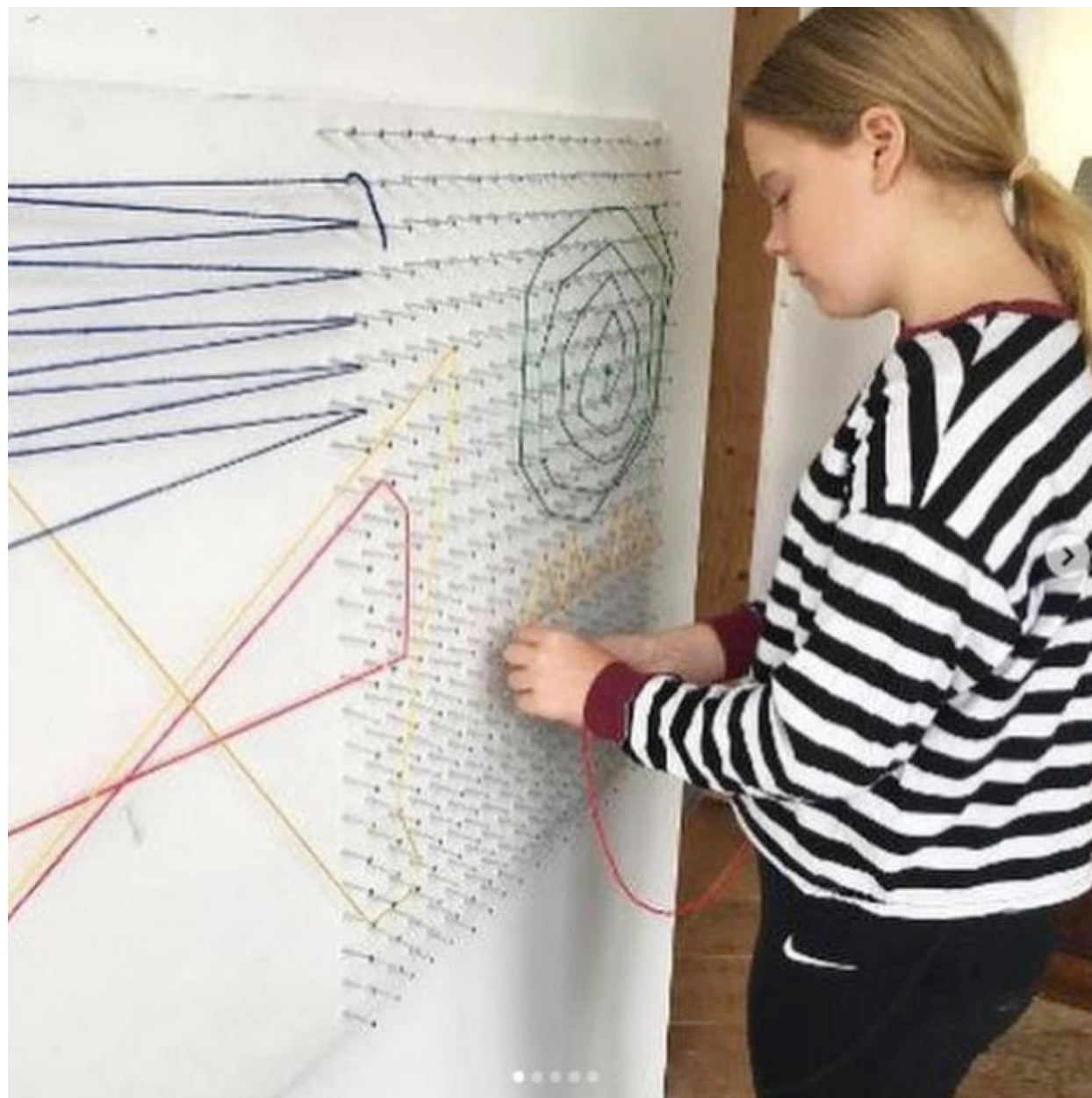


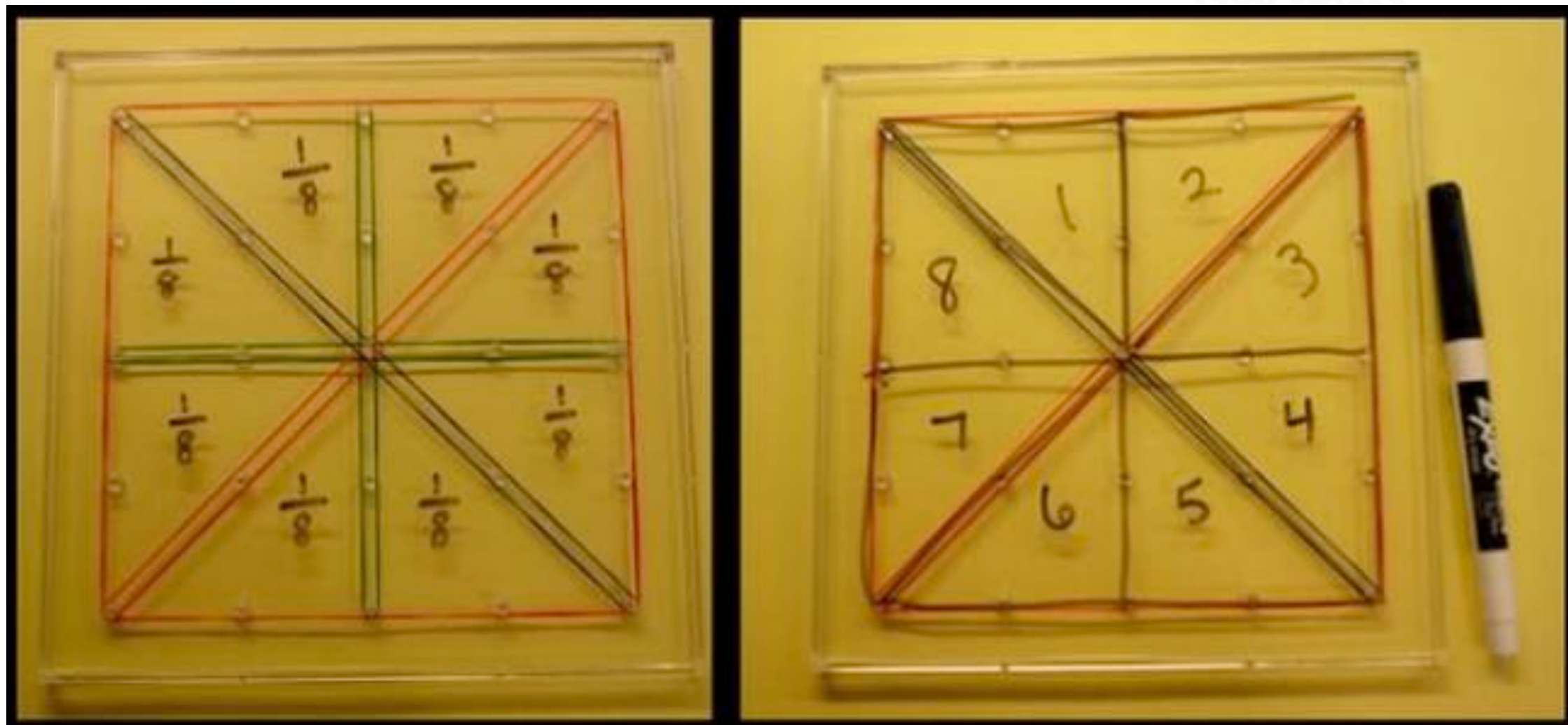
Fase 6

Per dare rigidità al pannello, si può infilare un dorsetto lungo il bordo più lungo.



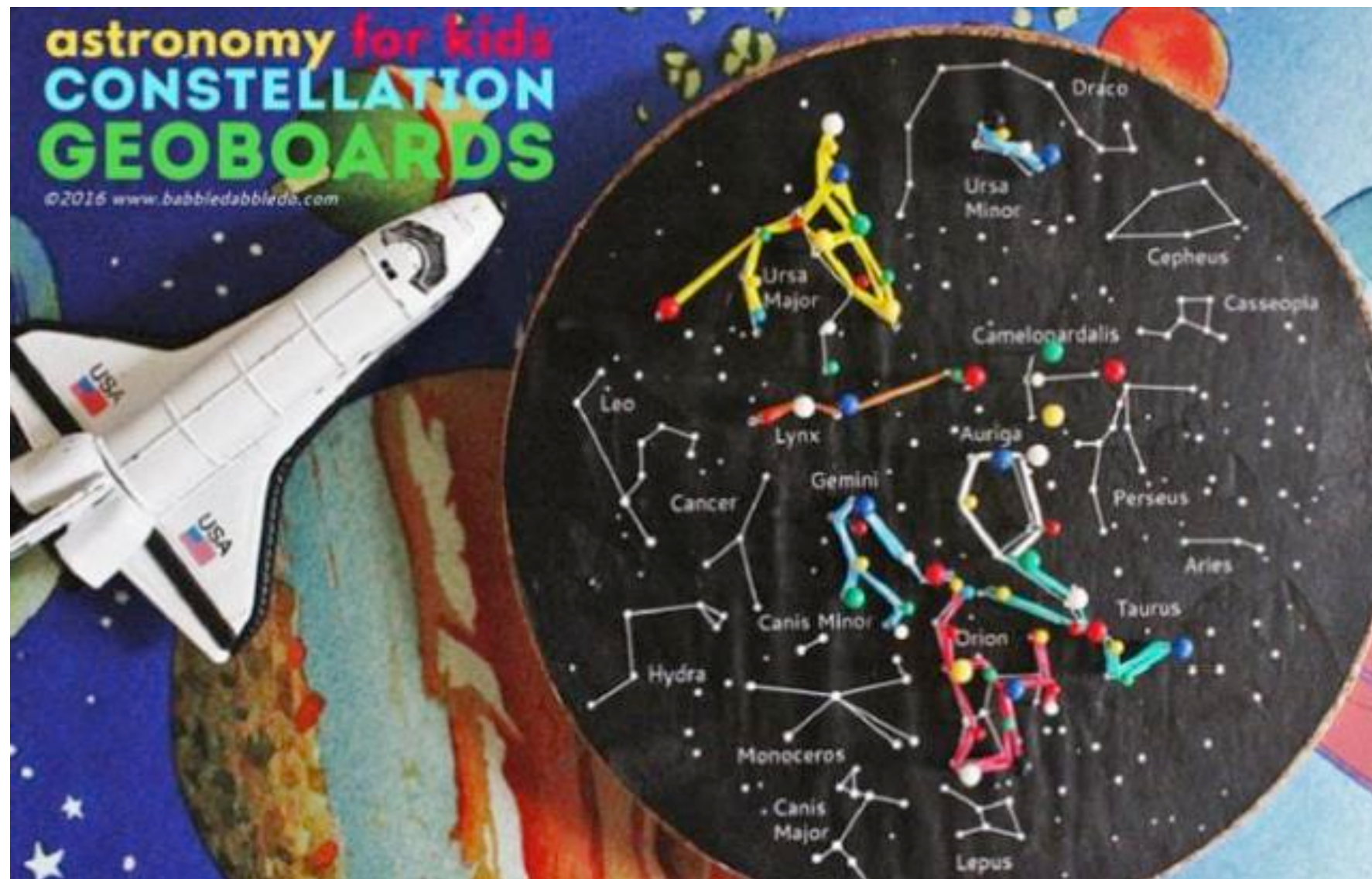
6







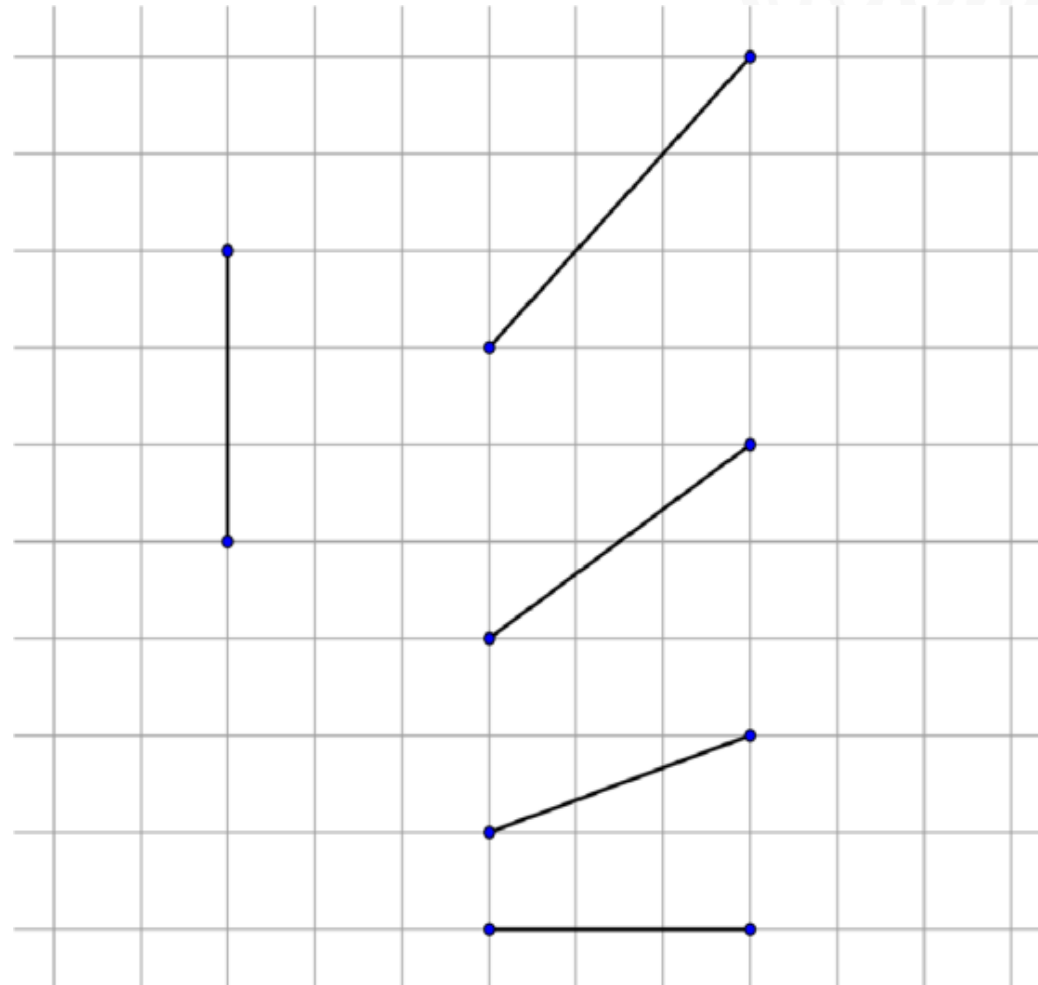




PRIMI ESERCIZI SUL GEOPIANO

Costruisci 5 segmenti come indicato in figura:

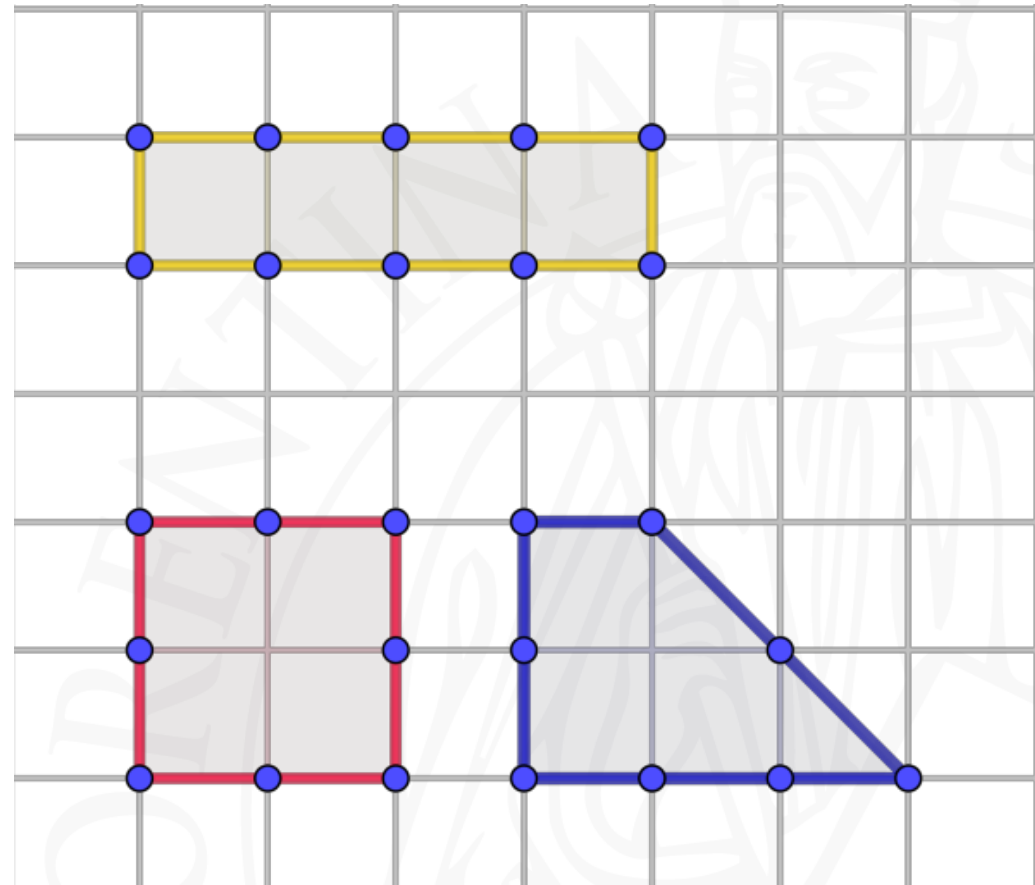
- I cinque segmenti sono della stessa misura?
- Prova a misurarli con un filo o un righello e spiega le tue conclusioni



PRIMI ESERCIZI SUL GEOPIANO

Rappresenta, sul geopiano, figure diverse di area $4u^2$ e disegnale nella quadrettatura.

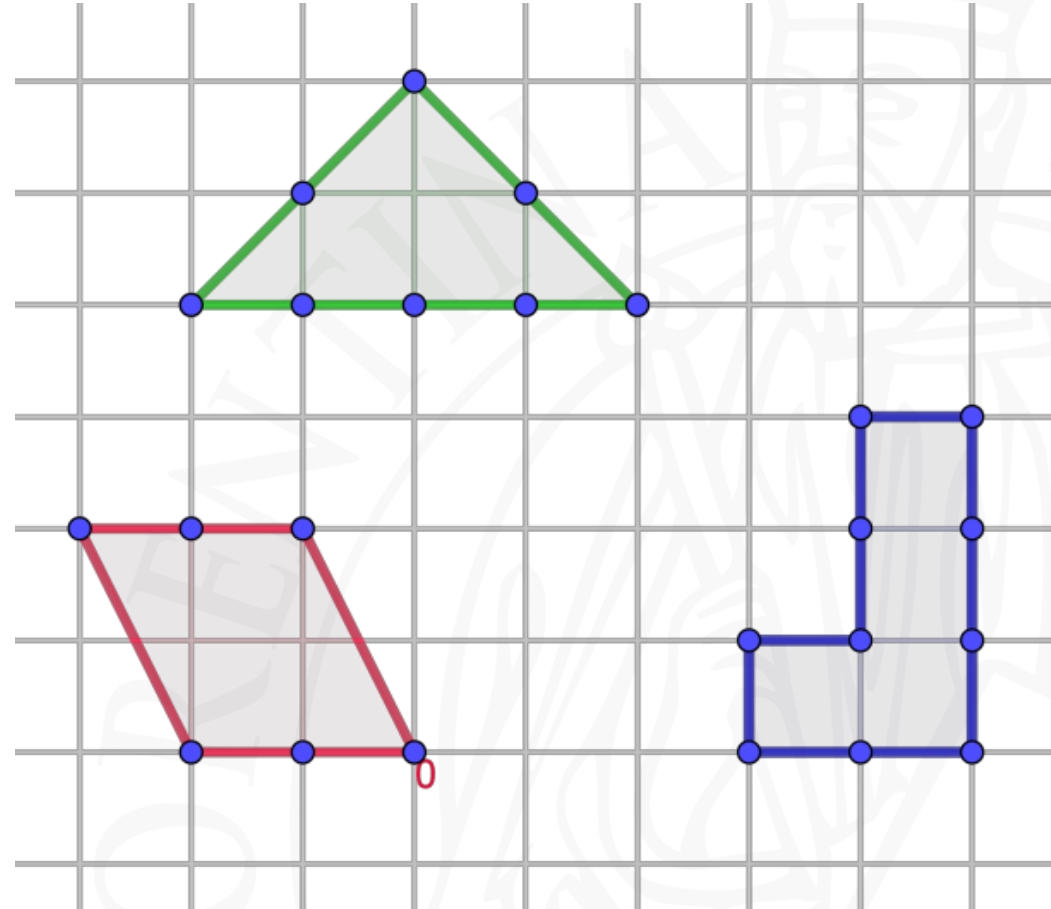
- Le figure che hai rappresentato hanno la stessa area ($4u^2$)?
- Hanno anche lo stesso perimetro?



PRIMI ESERCIZI SUL GEOPIANO

Rappresenta, sul geopiano, figure diverse di area $4u^2$ e disegnale nella quadrettatura.

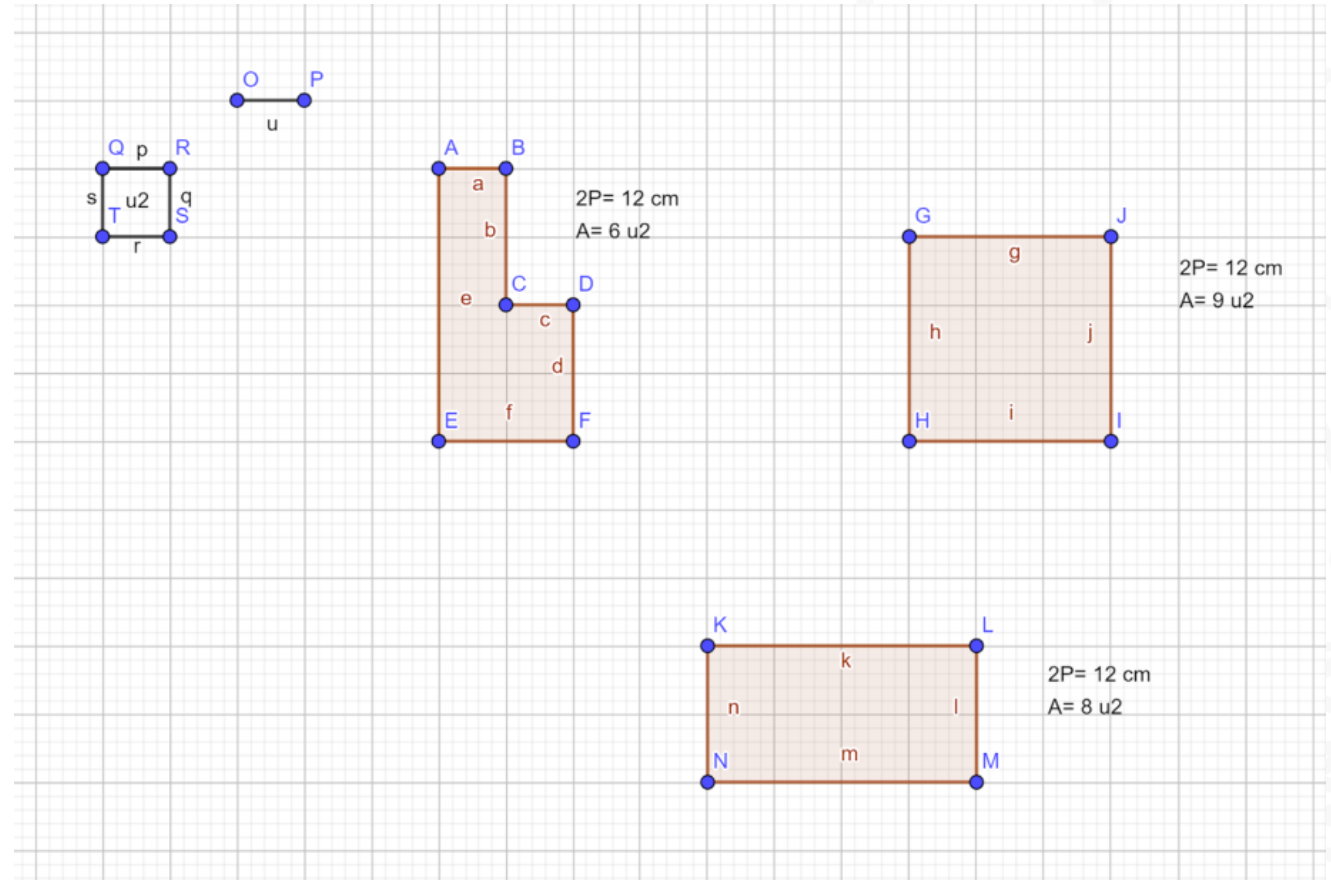
- Le figure che hai rappresentato hanno la stessa area ($4u^2$)?
- Hanno anche lo stesso perimetro?



PRIMI ESERCIZI SUL GEOPIANO

Rappresenta, sul geopiano, figure diverse di perimetro $12u$ e disegna nella quadrettatura.

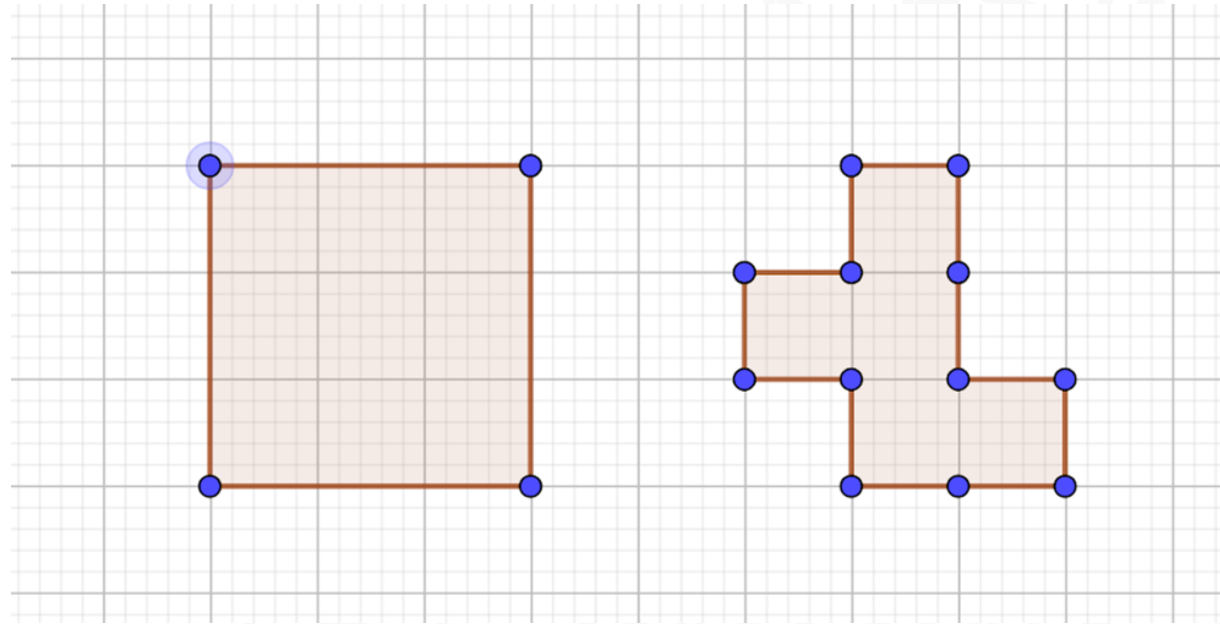
- Le figure che hai rappresentato hanno lo stesso perimetro ($12u$)?
- Hanno anche la stessa area?



PRIMI ESERCIZI SUL GEOPIANO

Rappresenta, sul geopiano, figure diverse di perimetro $12u$ e disegna nella quadrettatura.

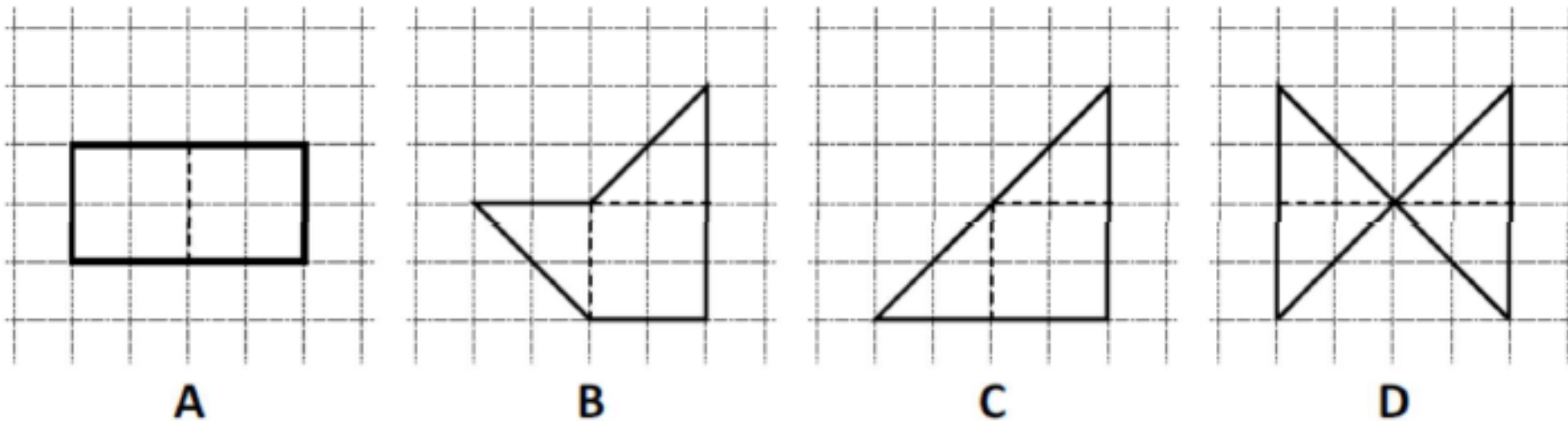
- Le figure che hai rappresentato hanno lo stesso perimetro ($12u$)?
- Hanno anche la stessa area?



ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

A) ALLA SCOPERTA DELLE FORMULE

1. Osserva attentamente le figure (invalsi 2013-14 Scuola Primaria, classe quinta)

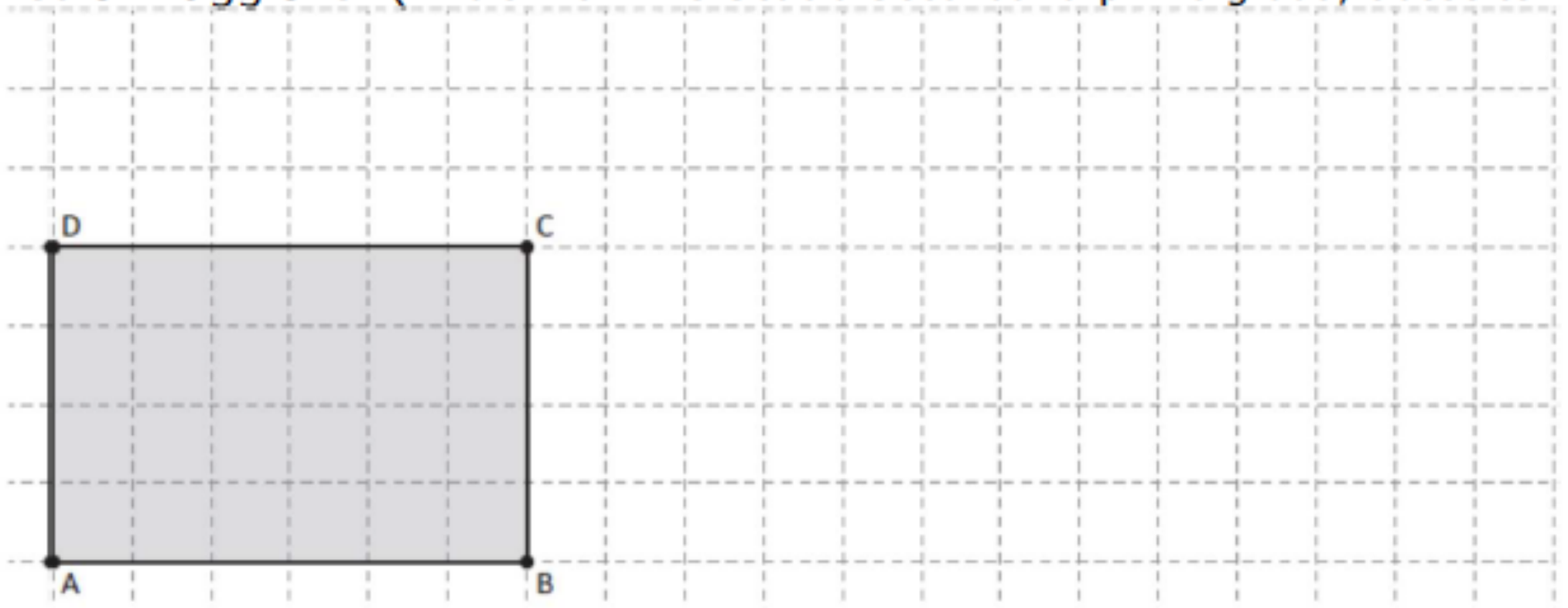


Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F):

- | | | |
|---|---|---|
| • Le figure B e C hanno lo stesso perimetro | V | F |
| • L'area della figura D è maggiore dell'area della figura A | V | F |
| • Il perimetro della figura D è minore del perimetro della figura C | V | F |
| • L'area della figura A è uguale all'area della figura D | V | F |

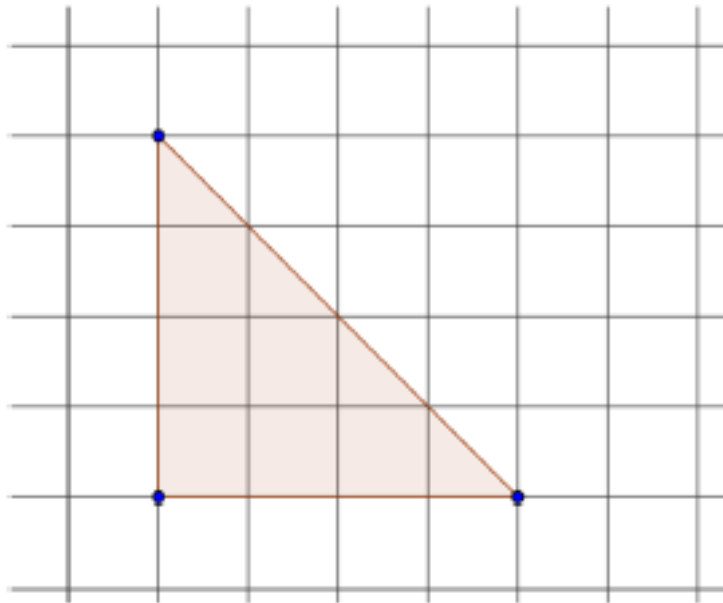
ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

2. Disegna un rettangolo che abbia la stessa area del rettangolo ABCD, ma perimetro maggiore. (invalsi 2012-13 Scuola Secondaria primo grado, classe terza)



ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

3. Rappresenta un triangolo come quello qui sotto.

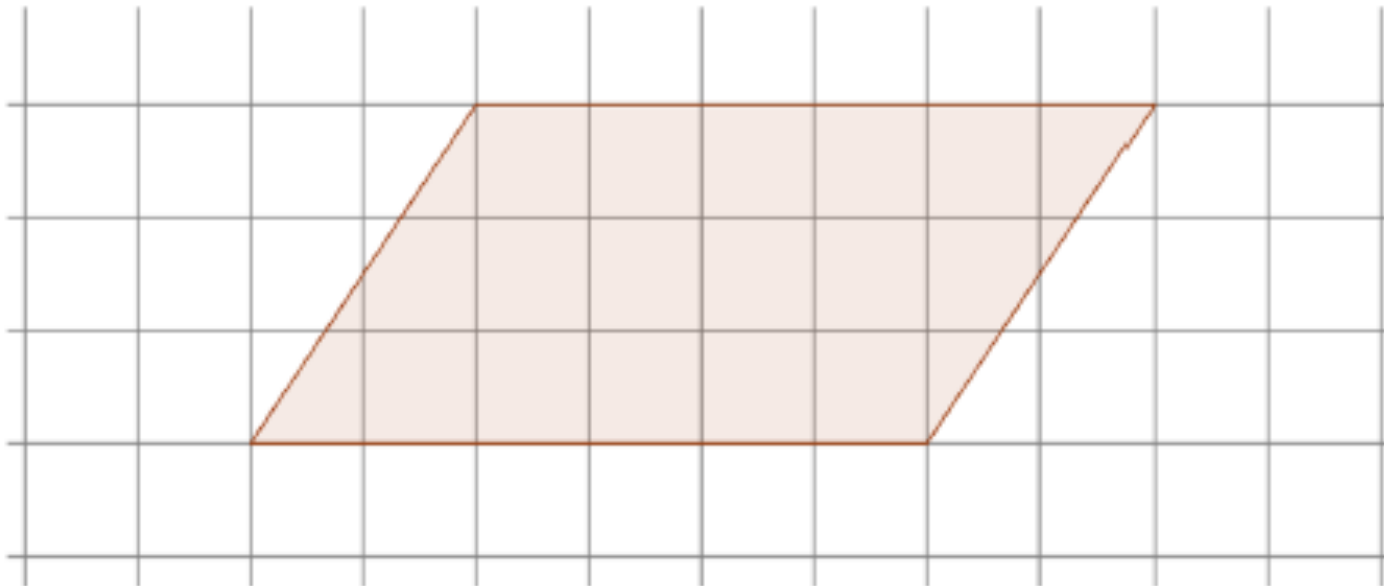


- Qual è il valore della sua area?
.....
.....
- Raddoppiando l'area riesci ad ottenere un quadrato?
.....
.....

ATTIVITÀ SUL GEOPIANO



4. Rappresenta sul geopiano il seguente parallelogrammo



Qual è la sua area?

.....

Spiega il tuo ragionamento

.....
.....
.....
.....
.....

ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

5. Rappresenta sul geopiano e poi disegna un triangolo con la base lunga $6u$ e l'altezza di $4u$.

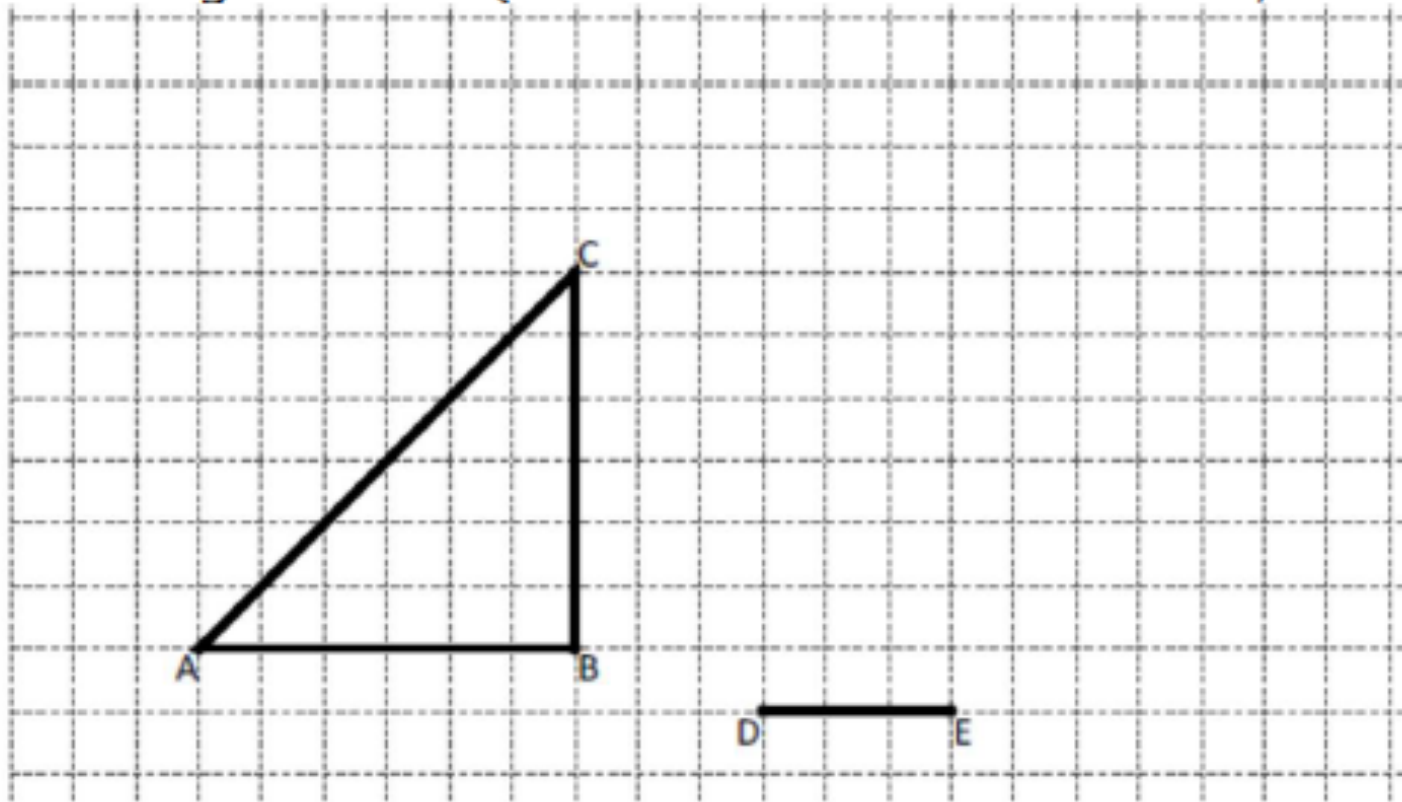


- Quanto misura l'area?.....
- Quanti triangoli riesci a rappresentare con base $6u$ e altezza $4u$?
- Hanno tutti la stessa area?.....
- Hanno tutti lo stesso perimetro?.....

ATTIVITÀ SUL GEOPIANO



6. Disegna un rettangolo che abbia un lato uguale a DE e la stessa area del triangolo ABC. (invalsi 2013-14 Scuola Primaria, classe quinta)



ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

B) Aree come somma o come differenza

- Riproduci sul geopiano la seguente figura, formata da un quadrato al cui interno è disegnato un poligono di colore grigio.
(Invalsi 2014-15, Scuola secondaria primo grado, classe terza)

Qual è la sua area?

.....

Come hai trovato la tua soluzione?

.....

.....

.....

.....

.....

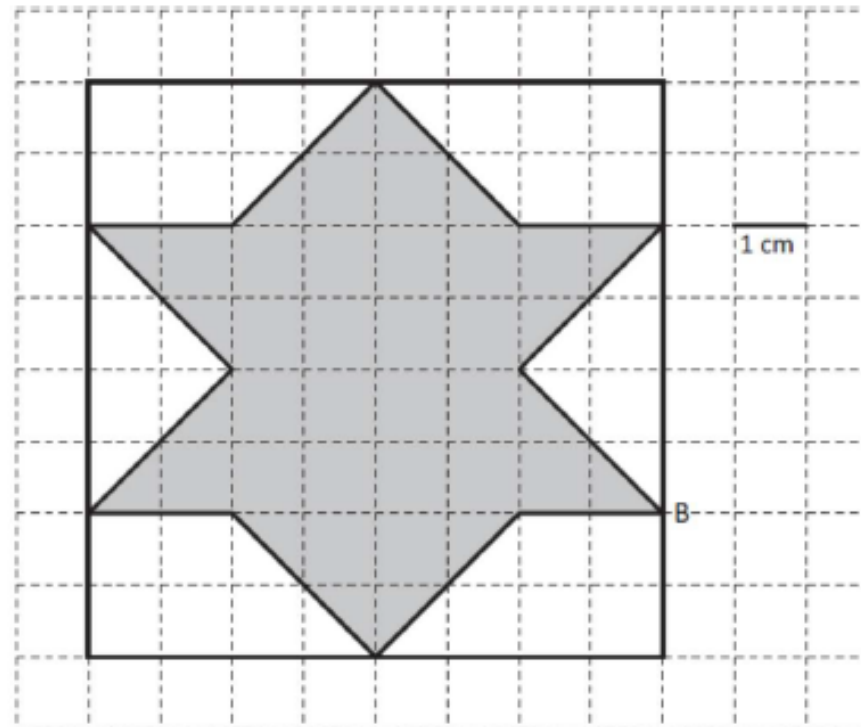
.....

.....

.....

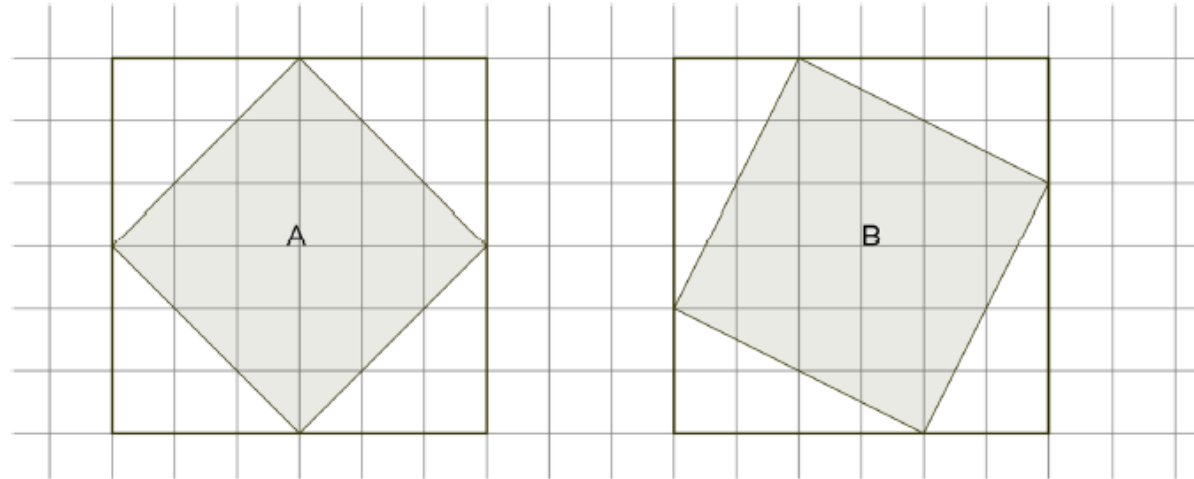
.....

.....



ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

2. Riproduci sul geopiano le seguenti figure.

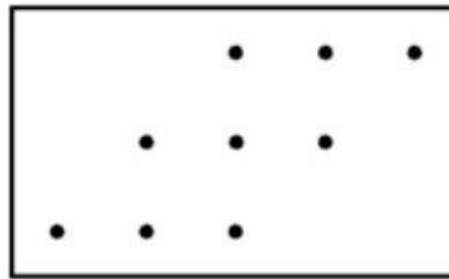


- Il quadrilatero grigio è sempre un quadrato?
.....
- Come puoi verificarlo?
.....
.....
.....
- Calcola l'area del quadrilatero grigio in entrambi i casi e spiega come hai fatto
.....
.....
.....

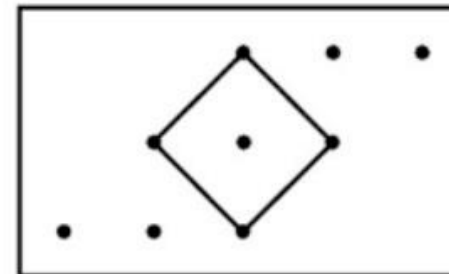
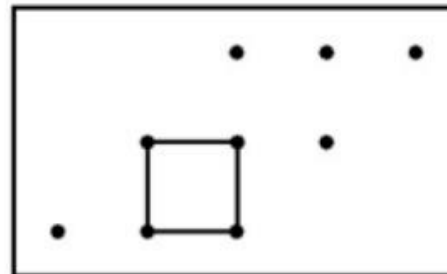
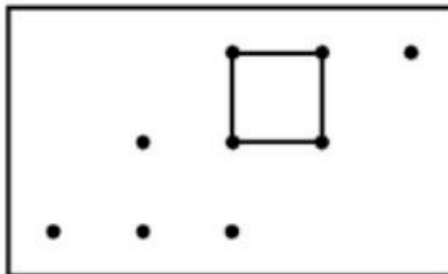
ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

Quadrati su chiodi (ral. 26, cat. 3-5)

Claudio ha piantato nove chiodi su una tavoletta, disposti nel seguente modo

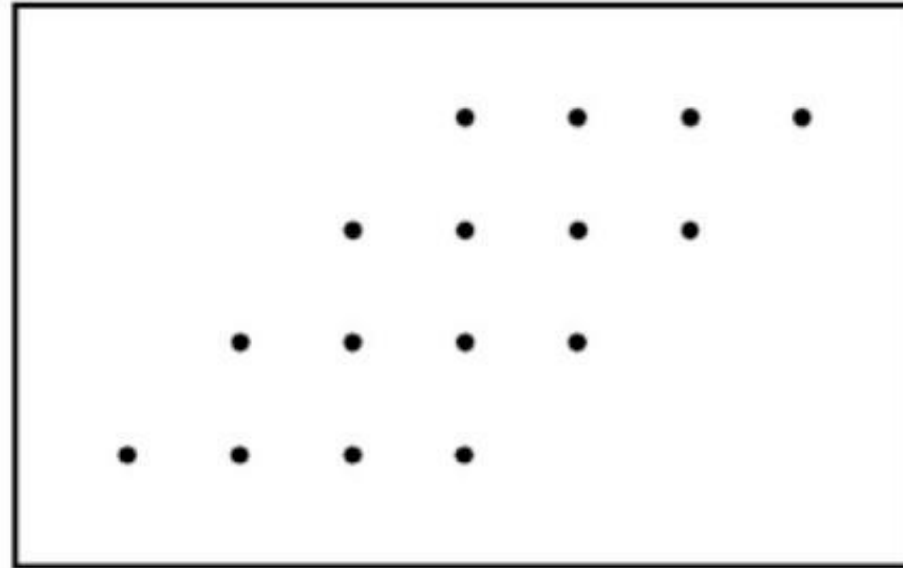


Tende degli elastici tra alcuni di questi chiodi per formare dei quadrati e si accorge che può formare solo tre quadrati.



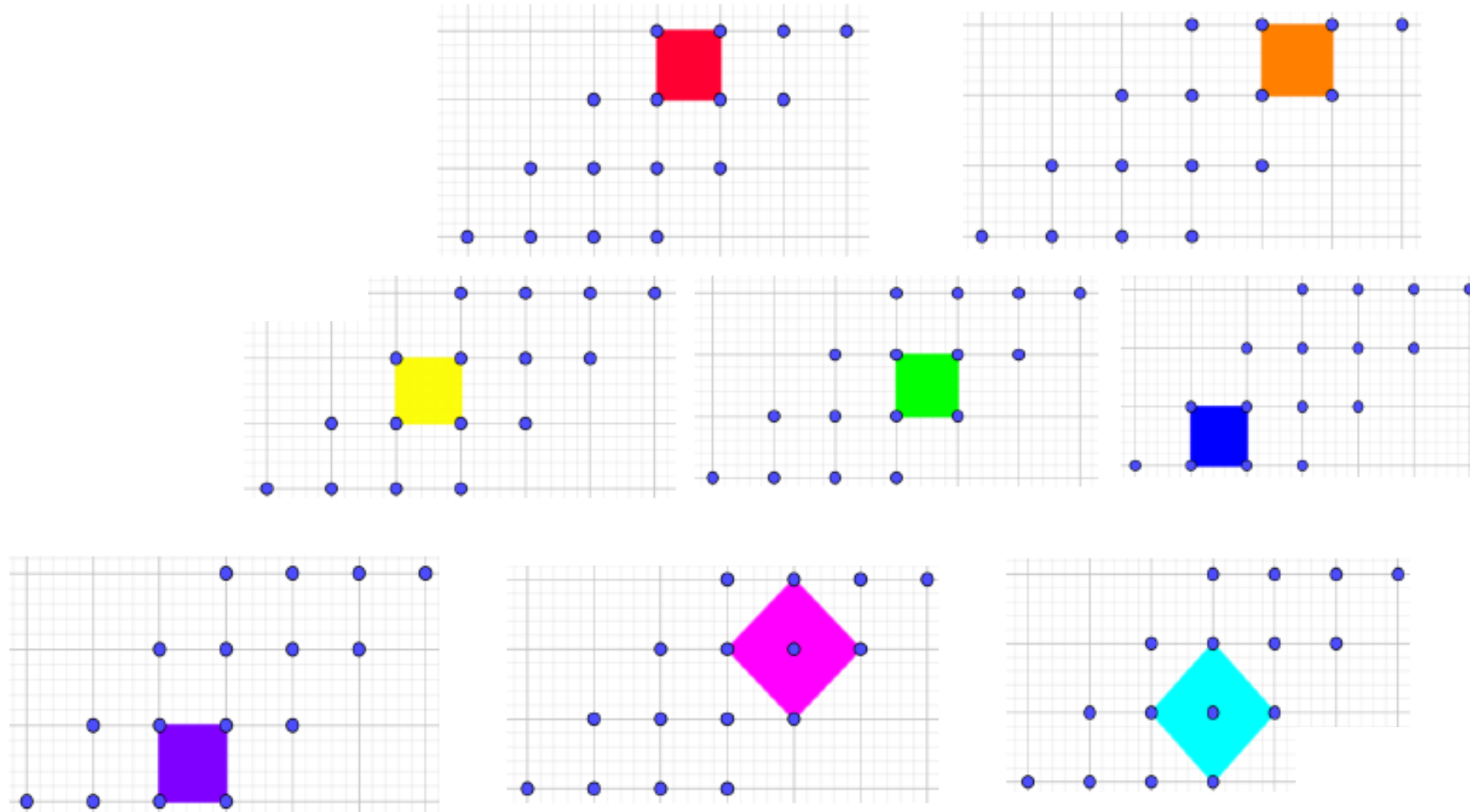
ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

Su un'altra tavoletta, Claudio ha piantato sedici chiodi disposti in questo modo:



Quanti quadrati riuscirà a formare al massimo Claudio sulla sua nuova tavoletta?
Indicate chiaramente tutti i quadrati che avete trovato.

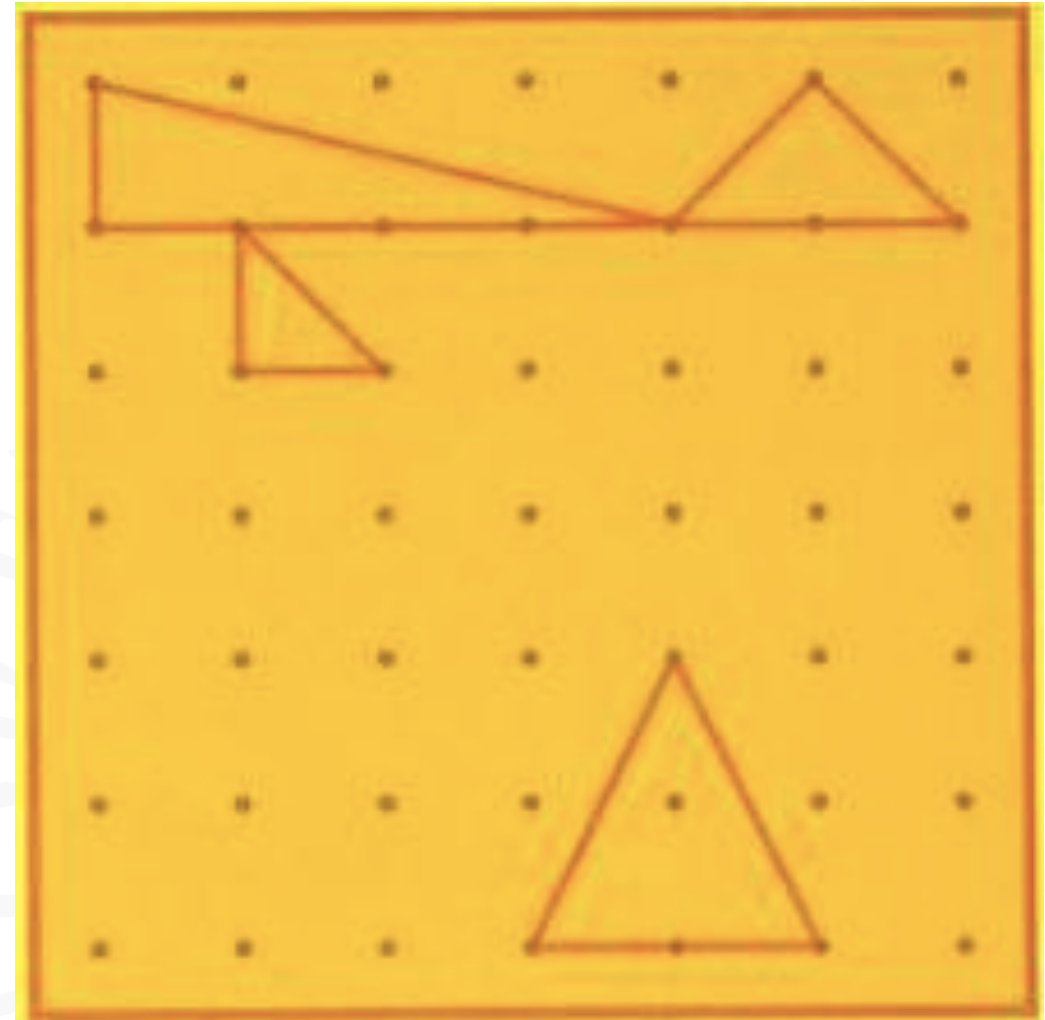
ATTIVITÀ SUL GEOPIANO



ATTIVITÀ SUL GEOPIANO

Due giocatori si alternano nel posizionare un elastico attorno a 3 pioli per formare un triangolo sul geopiano. Un elastico può condividere un piolo con altri elastici, ma i triangoli non devono sovrapporsi (eccetto lungo i bordi e attorno ai pioli).

Perde il giocatore che, durante il suo turno, non è più in grado di creare un triangolo.

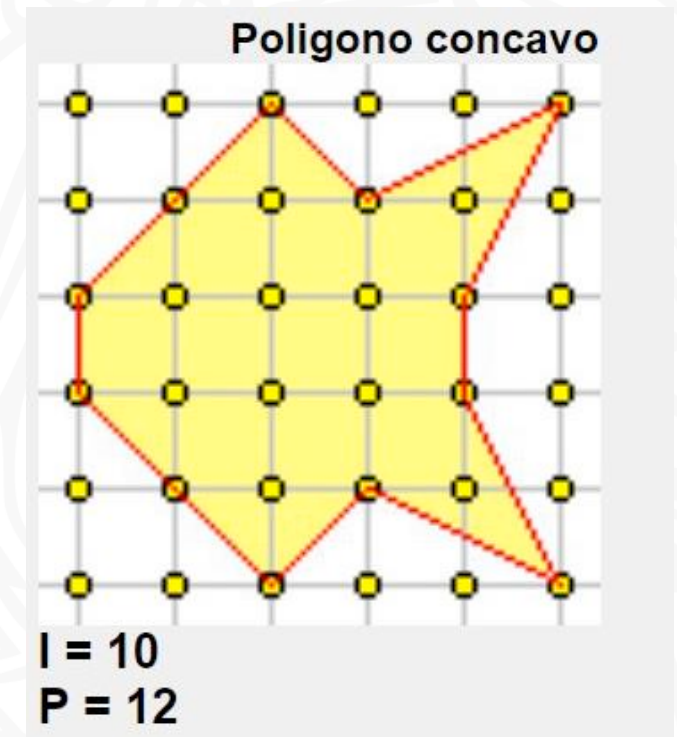
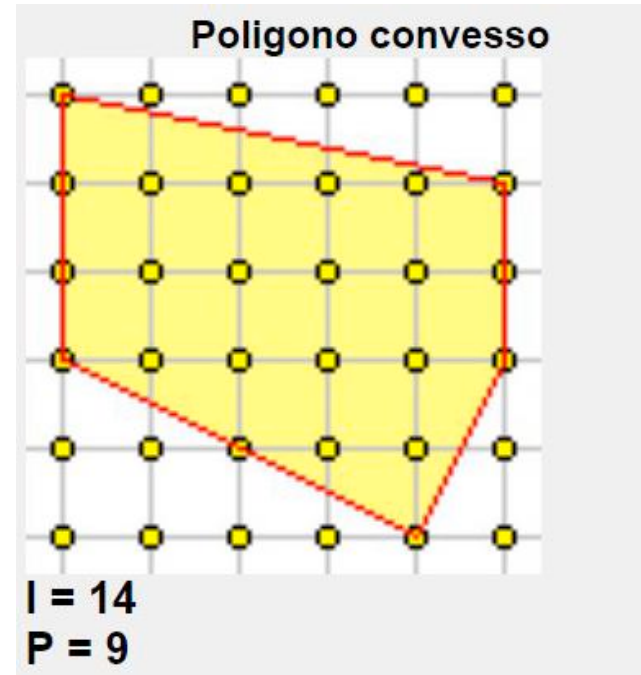


I POLIGONI SUL GEOPIANO E IL TEOREMA DI PICK

Consideriamo inoltre i poligoni i cui vertici sono soltanto punti-griglia. Denotiamo con:

- «I» il numero dei punti-griglia che stanno dentro il poligono
- «P» il numero di punti-griglia che stanno sul perimetro del poligono

Ecco due esempi, un poligono convesso e uno concavo



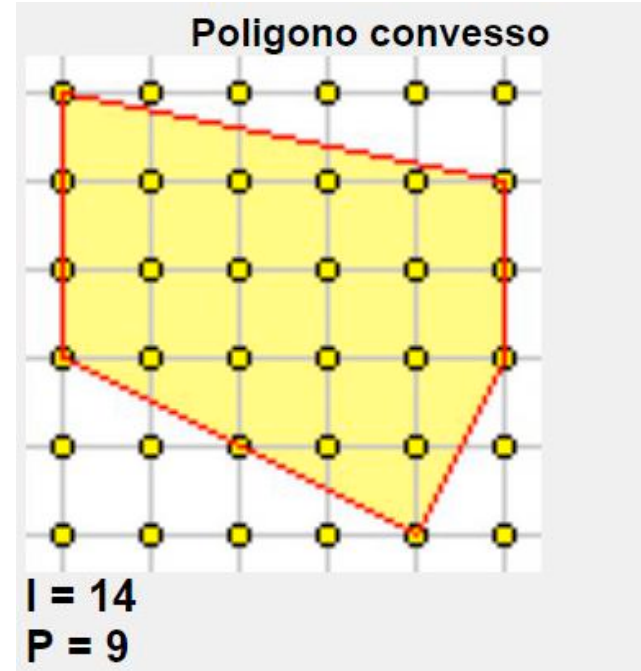
IL CALCOLO DELL'AREA CON IL TEOREMA DI PICK

George Pick, nel 1899, scoprì che l'area dei poligoni di questo tipo può essere calcolata con una semplicissima formula, conoscendo I e P.

La formula è la seguente:

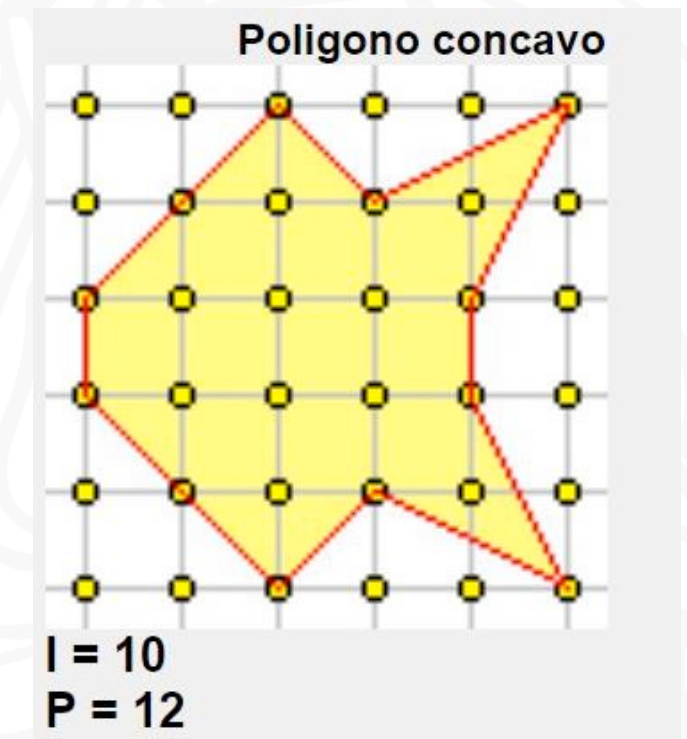
$$\text{Area (A)} = I + P/2 - 1$$

(considerando come unità di misura il quadrato elementare del reticolo)



$$A = 14 + 9/2 - 1 = 17.5$$

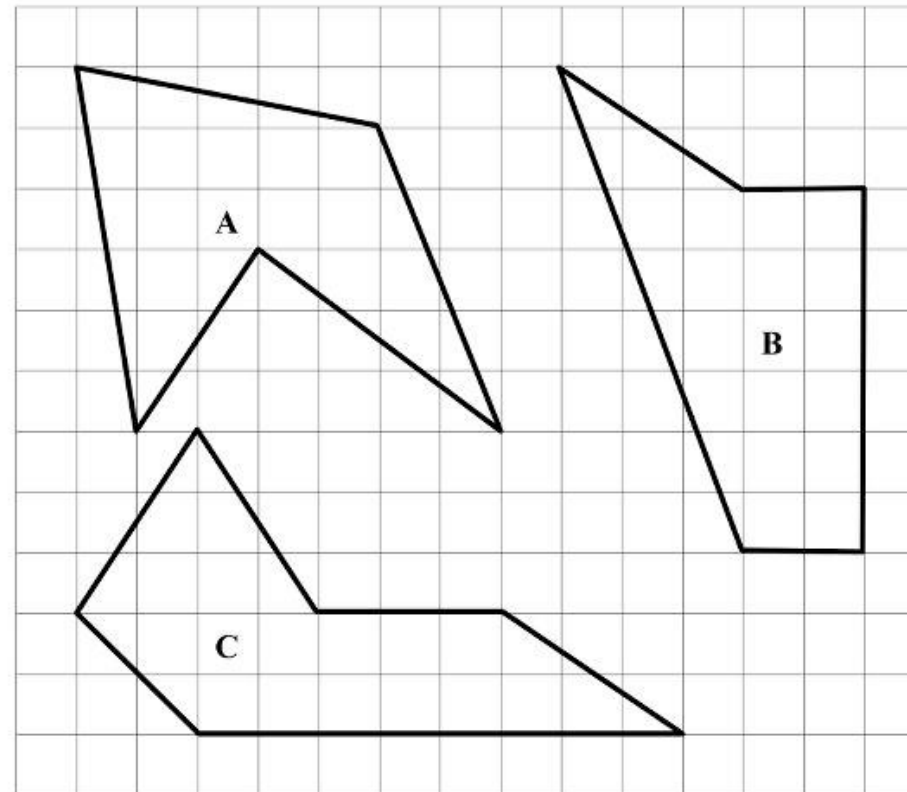
$$A = 10 + 12/2 - 1 = 15$$



UN PROBLEMA DI APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI PICK

Patrizia e Brunella osservano questi tre poligoni e si chiedono se hanno tutti la stessa area.

Dite se le aree di questi tre poligoni sono le stesse o se sono diverse. Mostrate come siete arrivati alla vostra risposta.



GEOPIANO ONLINE

<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

