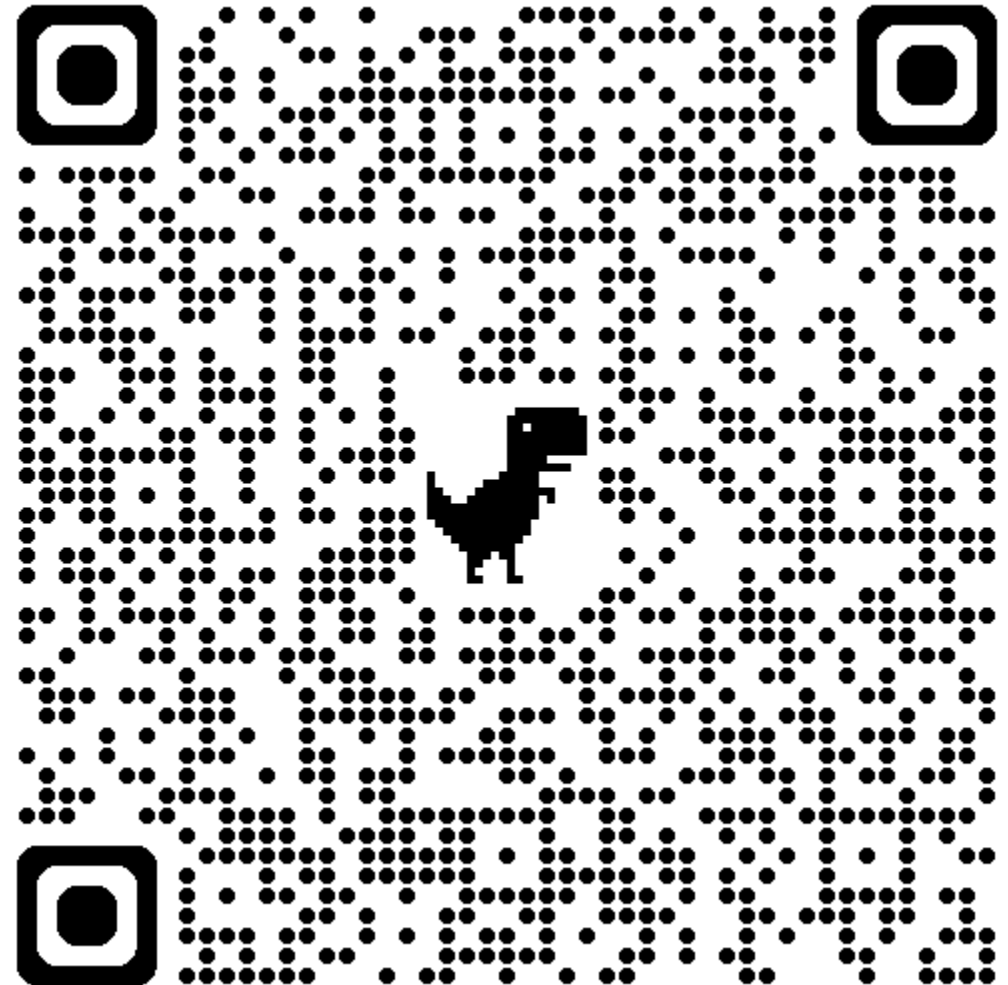




**Inquadrare il codice QR
per registrare la
propria presenza**

<https://shortlink.uk/1uqrT>





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

FORLILPSI

DIPARTIMENTO DI FORMAZIONE, LINGUE
INTERCULTURA, LETTERATURE E PSICOLOGIA

Matematica per la formazione di base con laboratorio di matematica (A-L)

Docente Titolare: Prof. Matteo Vannacci

Seconda Edizione - A.A. 2025/26

9 maggio 2026

Tutor Organizzatore: dott. Goffredo Manzo

Fonti della presentazione

Questa presentazione nasce dalla consultazione di studi, testi e materiali specialistici indicati di seguito:

- «I numeri si muovono con la Pascalina», Laboratori del sapere scientifico, Istituto Comprensivo “J. Lennon” – Sinalunga (Siena) a.s. 2014/15, con il contributo della Regione Toscana
- Canalini Corpacci, R. & Maschietto. M. (2012). Gli artefatti-strumenti e la comprensione della notazione posizionale nella scuola primaria. La ‘pascalina’ Zero+1 e sistema di strumenti per la notazione posizionale. *Insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 35 A, N.1, 33-58.



Aprile 2015

Classi seconde e terze dei plessi di Betolle e Sinalunga

Istituto Comprensivo “J. Lennon” – Sinalunga (Siena) a.s. 2014/15, con il contributo della Regione Toscana

La consegna

Oggi esercitatevi con la Pascalina: dettatevi e scrivete i numeri a piacere

La reazione dei bambini

Entusiasmo e interesse nello scrivere i numeri a una, due, tre cifre, con il dettato all'interno della coppia (uno detta, l'altro scrive). In questa circostanza sono emersi confronti e discussioni sulle modalità e sulla lettura di quanto "scritto".

Progressivamente e autonomamente hanno reso il compito più complesso facendolo diventare una sfida; ad esempio, usando i termini "successivo" e "precedente", si chiedevano a vicenda di scrivere e rileggere il nuovo numero: "scrivi il precedente di 90, il successivo 60"..

Osservazioni e riflessioni dell'insegnante

Ricorrente è stata “la svista” iniziale di partire a scrivere un numero a due cifre dalla ruota a sinistra; in tal modo l'ultima ruota rimaneva “inutilizzata” ma, segnando lo zero, faceva leggere un numero di tre cifre.

Questa esperienza è stata utilissima per consolidare la posizionalità delle cifre.



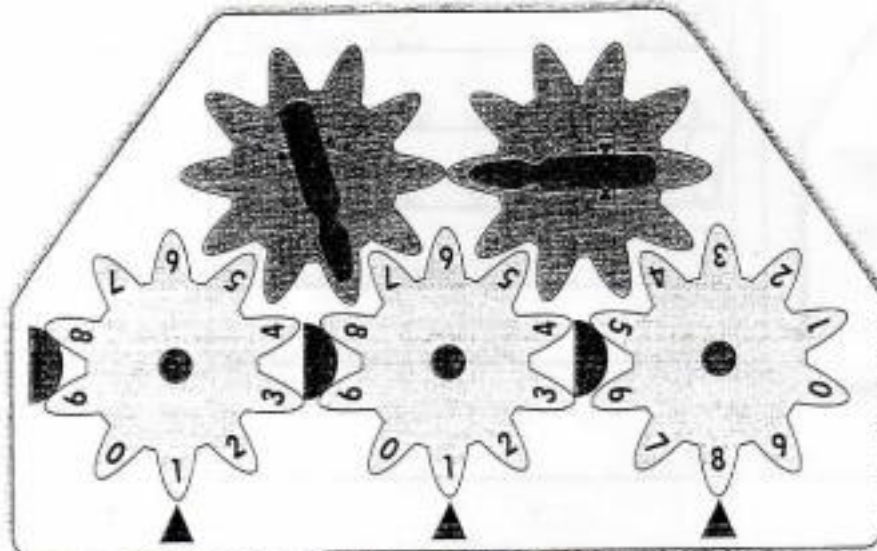
Seconda consegna

Ora vi consegnerò una scheda da completare:

dovrete scoprire se un vostro compagno ha eseguito correttamente il suo compito.

→ LA MAESTRA HA DATO UN NUOVO COMPITO: «SULLA PASCALINA SCRIVETE IL NUMERO 18».
ECCO COME HANNO ESEGUITO IL COMPITO QUATTRO BAMBINI.
OSSERVA E RISPONDI.

ANDREA SULLA SUA PASCALINA VEDE...

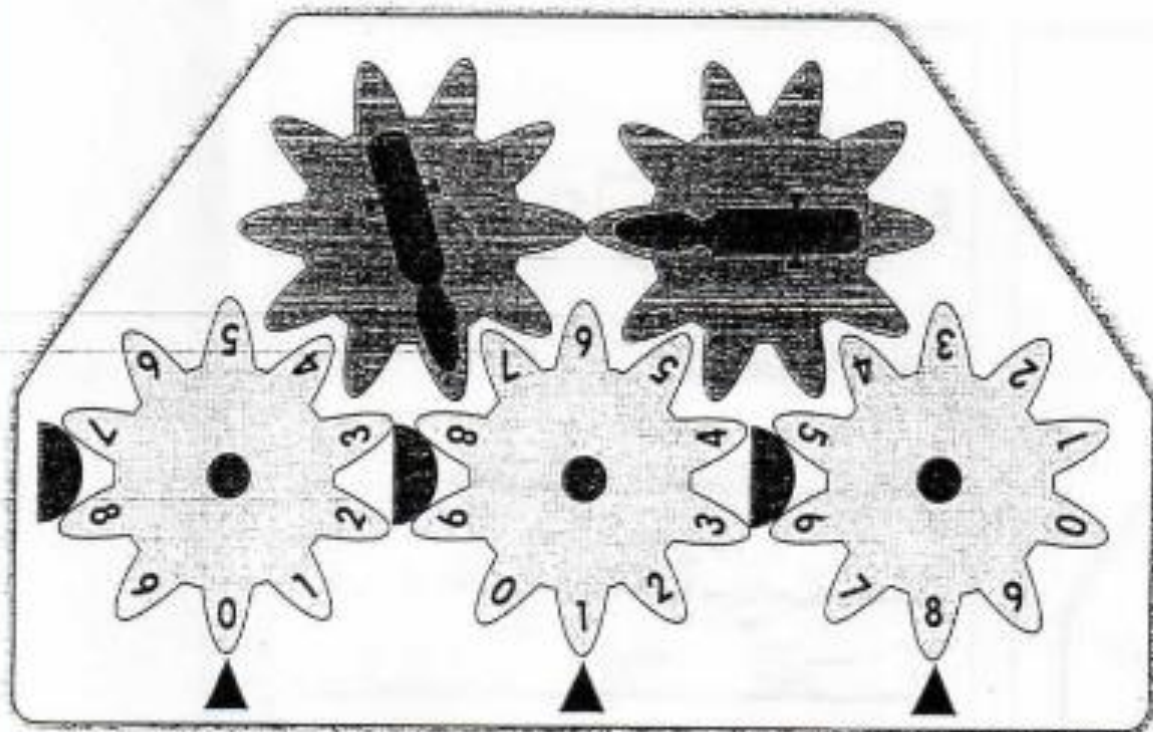


È corretto? ☐ Sì ☒ No

Spiega perché.

Non è corretto
perché c'è scritto
118 e invece
la maestra aveva
detto di scrivere
18.

RICCARDO SULLA SUA PASCALINA VEDE...

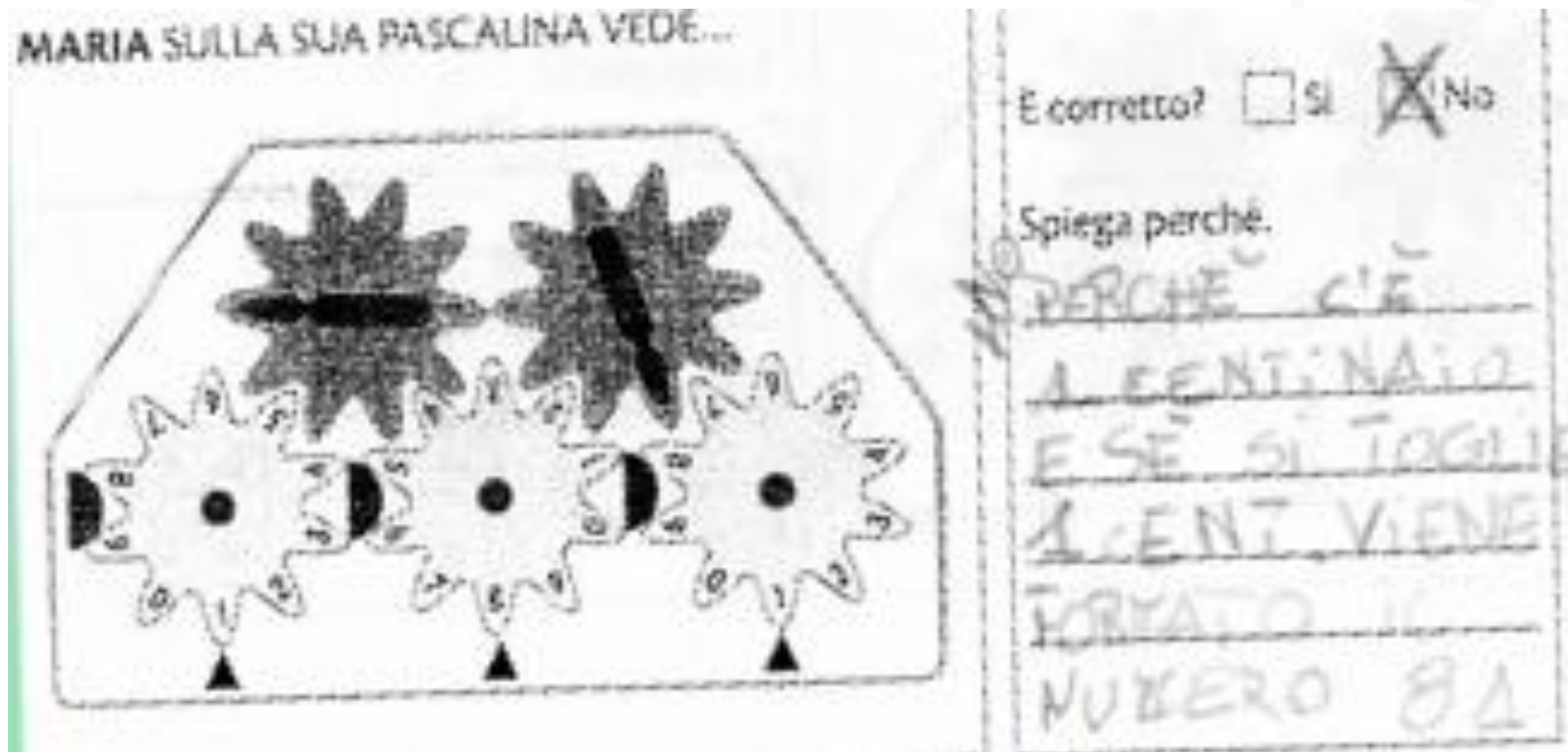


È corretto? ☒ Sì ☐ No

Spiega perché.

PERCHÉ C'È
018 E SI È
FORMATO IL NU
MERO 18.





Osservazioni e riflessioni dell'insegnante

Gli alunni sono stati quasi tutti in grado di scoprire e comprendere gli errori. Maggiori difficoltà sono state trovate nello spiegare a voce, ma soprattutto per scritto, “il perché” dell'errore.

Allora abbiamo fatto un percorso collettivo provando ognuno a spiegare con frasi chiare, semplici, ma con parole specifiche della disciplina matematica (cifra/e, numero/i, cambio, posizione ...).

La consegna

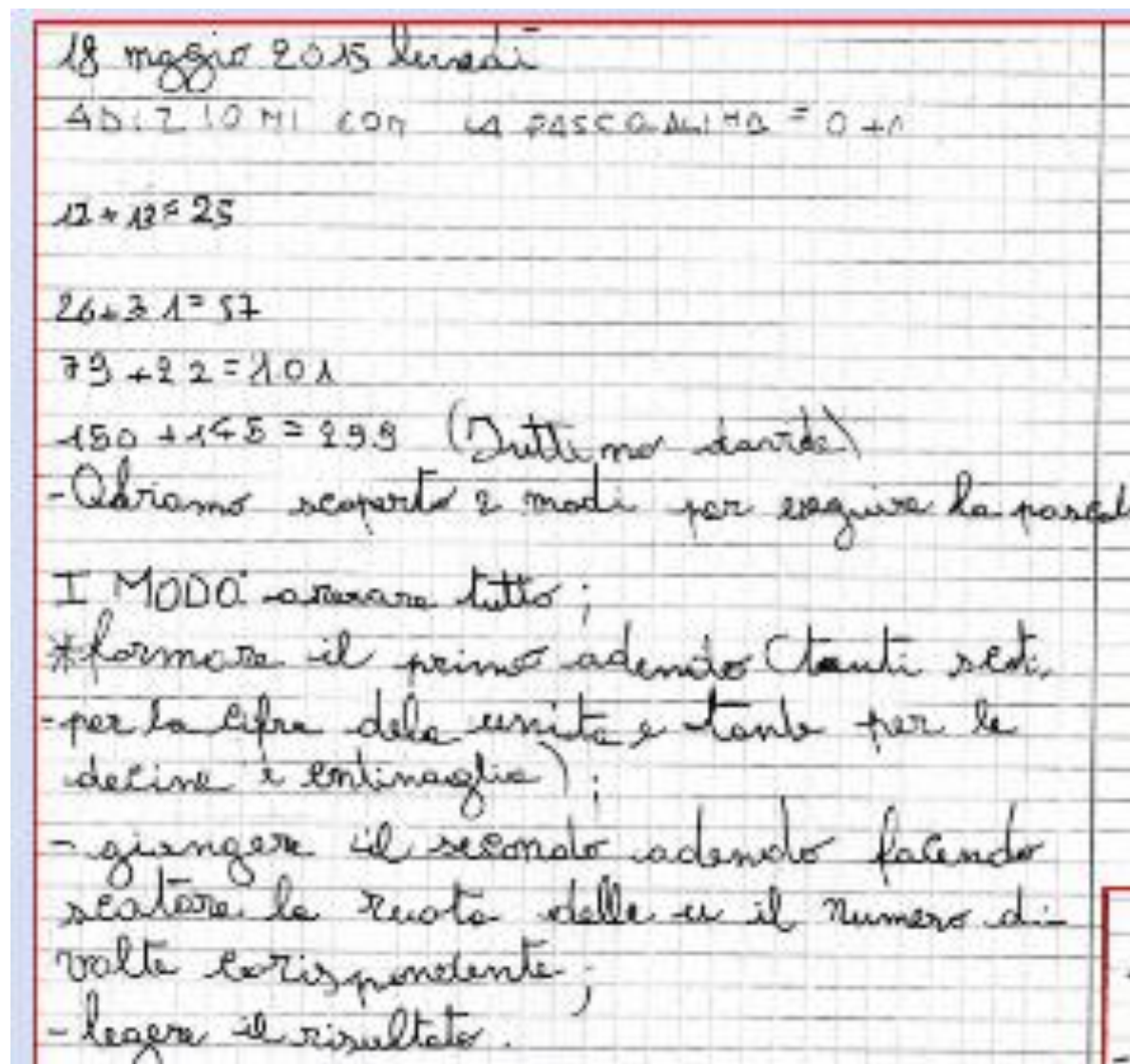
Si potranno fare addizioni con la Pascalina?

La reazione dei bambini

La risposta è stata immediatamente affermativa, ma senza consapevolezza, infatti hanno provato e si sono subito scoraggiati.

L'intervento dell'insegnante

Proposta l'operazione $12+13$ e incoraggiati a scrivere il primo addendo, qualcuno ha tolto l'imbarazzo intuendo che per aggiungere 13, bastava far fare 13 scatti in senso orario alla ruota gialla delle unità.



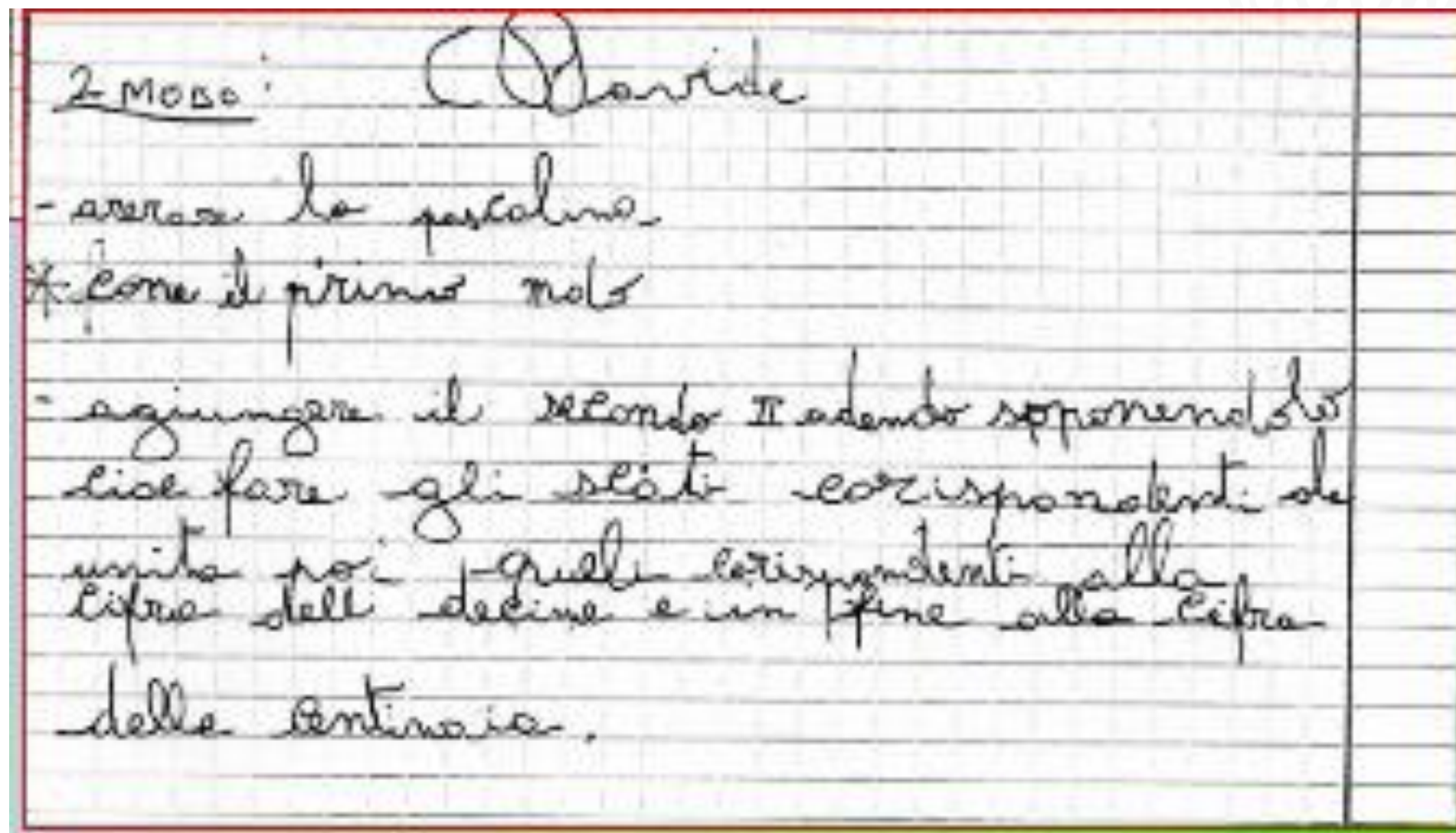
OSSERVAZIONI E RIFLESSIONI DELL'INSEGNANTE

Con l'addizione ...+ 54, subito si è sollevata la difficoltà di fare 54 scatti...sono tanti, troppi...e si sbaglia a contare? E così siamo tornati allo scoraggiamento che è durato alcuni lunghi minuti, finché Davide ha gridato che aveva capito come fare! Bisognava fare 4 scatti con la ruota delle unità e 5 con quella delle decine per poi leggere il risultato. Ecco come sono giunti al metodo della “scomposizione”, grazie all'intuito di un bambino.

D'altra parte è sempre l' intuizione, con la spiegazione richiesta e data da Davide, che aiuta tutta la classe a comprendere il problema e incoraggia a ragionare per risolverlo.

Quindi sono seguite tante altre addizioni da risolvere “comodamente” con l'artefatto e soprattutto con la soddisfazione generale di riuscirci.

Per le sottrazioni è stato immediato capire che, per diminuire il minuendo del sottraendo, le ruote devono girare in senso antiorario.



RIFLESSIONI FINALI

L'introduzione di questo artefatto nei banchi di scuola ha agito sulla consapevolezza degli alunni di essersi potuti "appropriare" di uno strumento (finora sconosciuto), utile e divertente, soprattutto perché sono stati loro ad averlo "scoperto" nelle sue caratteristiche e nel suo funzionamento.

L'uso della Pascalina può essere considerato un supporto fondamentale per l'acquisizione di "percorsi matematici" perché abitua i bambini ad effettuare attività per tentativi ed errori, con conseguenti ripensamenti e aggiustamenti.

La modalità con la quale è stata utilizzata (a coppie, piccolo gruppo) ha coinvolto notevolmente i bambini, li ha resi protagonisti ed ha favorito lo sviluppo del linguaggio, avviandoli anche a quello specifico. Inoltre, lavorare insieme, ha potenziato la capacità di ascoltarsi.

L'attività è risultata quindi rispondente agli obiettivi prefissati.



Esempi tratti dalla seguente pubblicazione scientifica

Canalini Corpacci, R. & Maschietto. M. (2012). Gli artefatti-strumenti e la comprensione della notazione posizionale nella scuola primaria. La 'pascalina' Zero+1 e sistema di strumenti per la notazione posizionale. *Insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 35 A, N.1, 33-58.

Il percorso didattico, proposto in una classe quinta di scuola primaria, si divide in due fasi per un totale di sei incontri

Durante la prima fase (4 lezioni), l'insegnante introduce la Pascalina prestando attenzione ai processi di genesi strumentale e all'emergere di significati matematici che l'artefatto incorpora.

In questa fase gli allievi sono coinvolti nella produzione di ipotesi sul funzionamento dell'artefatto e nell'individuazione di schemi d'utilizzo. L'esplorazione dell'artefatto avviene nelle prime due lezioni, mediante consegne che sollecitano la formulazione di ipotesi e la loro successiva verifica.

Durante la seconda fase (2 lezioni), gli allievi affrontano problemi relativi alla scrittura del numero in basi minori di dieci, eseguendo compiti che implicano la trasformazione della Pascalina per renderlo compatibile con la scrittura dei numeri e i calcoli in basi diverse dalla base dieci.

1) Produzione di ipotesi sul funzionamento della calcolatrice (attività di piccolo gruppo)

Gli allievi osservano la pascalina, esplicitamente definita dall'insegnante "calcolatrice meccanica", e, senza manipolarla, ma solo valutando visivamente le sue parti costitutive, sono chiamati a produrre ipotesi scritte sia sul suo funzionamento, sia su schemi d'utilizzo. Il lavoro è accompagnato da una scheda con la foto della Pascalina e alla fine è richiesta una relazione scritta.

2) Manipolazione della pascalina (attività di piccolo gruppo)

Gli allievi verificano quanto precedentemente ipotizzato ed utilizzano la pascalina per individuare schemi d'utilizzo che permettono di eseguire operazioni. Viene richiesta agli allievi una relazione scritta

3) Discussione matematica (attività di classe)

L'insegnante "orchestra" una discussione matematica per permettere agli allievi di condividere i significati emersi

4) Relazione individuale

Ogni allievo scrive una relazione su quanto ha compreso con riferimento alle precedenti lezioni.

5) Problema proposto a gruppi di 3 allievi sulla notazione in basi cinque

Il testo che viene proposto agli allievi è il seguente:

1) *Ragionate sulla quantità che è rappresentata da questo numero scritto in base cinque:*

12 (Attenzione! Si legge uno e due in base cinque)

Aiutatevi con disegni o schizzi e spiegate il vostro ragionamento

2) *Disegnate una Pascalina per la base cinque e descrivete con cura il suo funzionamento*

3) *Provate a scrivere in base cinque il numero degli oggetti disegnati*



Ora calcolate l'addizione utilizzando la Pascalina che avete disegnato e descrivete molto bene la procedura.

6) Problema individuale sulla notazione in base quattro

A distanza di un mese rispetto alla precedente attività ad ogni allievo è richiesto quanto segue:

Disegna una Pascalina per rappresentare numeri in base quattro. Immagina il movimento delle sue ruote per rappresentare in base quattro le quantità numeriche che in base dieci rappresentiamo scrivendo: 6, 8 e 21.

Si riportano alcuni elementi dell'analisi dei testi prodotti dagli allievi

1) La rotazione delle ruote dentate e l'effetto della rotazione

“Per noi le ruote dentate superiori fanno girare quelle inferiori e quando la ruota gialla compie un giro completo fa scattare la decina e quando la decina compie un angolo giro fa partire il centinaio ecc.”

2) Lettura e scrittura dei numeri

“quei tre triangolini indicano le cifre del numero che vogliamo prendere”

“Alcune ruote presentano delle cifre nei denti e altre no perché quelle che hanno le cifre nei denti devono presentare il numero che vuoi”

“La macchina è come l'abaco e ci fa vedere come funzionano i cambi, da unità a decine e da decine a centinaia (si potrebbe immaginare che questa macchina continui all'infinito)”

Manipolazione della Pascalina e verifica delle ipotesi

1. La scrittura/lettura dei numeri

“quando si aggiunge bisogna selezionare le cifre dai triangoli rossi”

“I triangoli rossi indicano i numeri dei risultati.”

“siccome le ruote sono tre, il numero non può superare il 999”

“Se le ruote dentate le sposti verso sinistra la macchina fa una sottrazione, invece, se le sposti a destra fa una addizione.”

2. L'automatizzazione del cambio

“Eseguendo $446 + 54$ abbiamo visto che eseguendo questa operazione abbiamo capito il senso del cambio infatti quando “salta” la decina appare un numero quello successivo quando c'è l'addizione e il numero precedente quando c'è una sottrazione. Quando c'è un cambio le ruote si alzano e si abbassano.”

“Se facciamo fare un giro completo alla ruota delle unità scatta la decina e se facciamo fare un giro completo alle decine scatta il centinaio.”

3) La relazione di Anna

[...] Spiego la sottrazione

Se devo fare

$$20 - 13 = 7$$

metto 20 sulla macchina e conto 13 dentini girando in senso antiorario e il risultato è 7. matematicamente nella sottrazione ho fatto $20 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 7$ e nella addizione

$$14 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$$

La Pascalina per la scrittura dei numeri in base cinque

Inizialmente i bambini non riescono ad elaborare una Pascalina in base cinque, in quanto gli allievi si trovano di fronte alla scelta tra quattro o cinque denti. I denti su ogni ruota della “pascalina” rappresentano l’entità del raggruppamento nella base considerata e, nel contempo, mostrano le cifre necessarie alla scrittura del numero. È senza dubbio un elemento di complessità e in quanto tale un ostacolo con il quale gli allievi sono chiamati a confrontarsi.

La reazione dei bambini

Se contiamo da 0 a 5, contiamo in base 6. Il 5 che è scritto nelle ruote dentate quando aggiungi 1 al 5 che dà il cambio alla ruota dentata delle decine.

Sono decine?

No, sono gruppi da 6, lo stesso procedimento succede quando aggiungi 1 ai 5 che scatta il cambio nella terza ruota dentata che conta sei cifre.

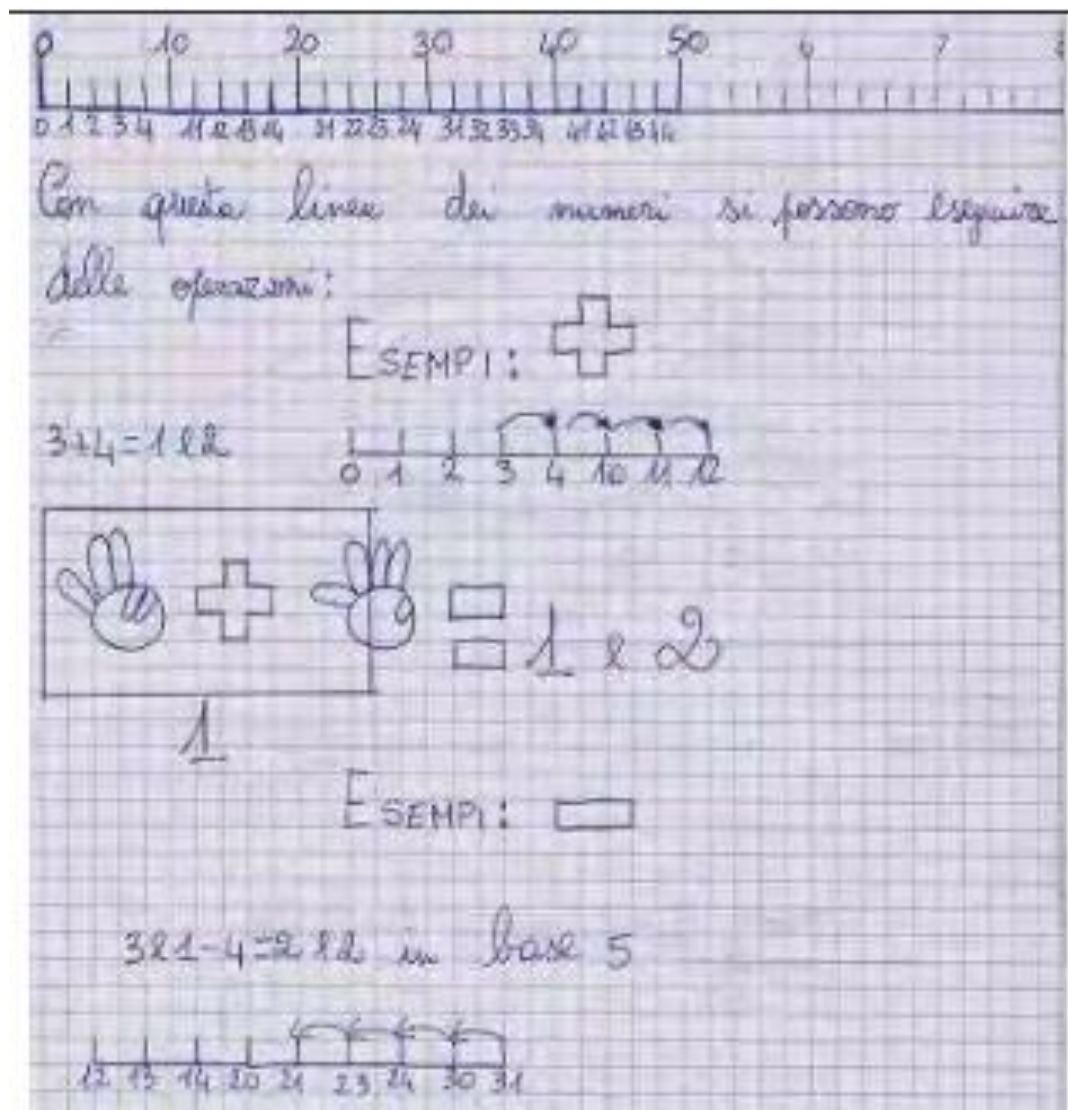
Se vogliamo contare in base 5, calcoliamo da 0 a 4, perché se aggiungiamo 1 a 4 dà come cambio 1 alla seconda ruota dentata, però quell'uno non conta la decina, conta 0,1,2,3,4 quindi la base 5. Questa cosa la possiamo dimostrare con l'abaco però 4 palline anziché 9, perché 9 fa parte della base 10.

Davide ha ragione perché per raggruppare in base 5 bisogna avere 5 cifre cioè da 0 a 4, altrimenti se era a 5 scatta il cambio del 6 ed è sbagliato



Rappresentiamo uno schema grafico che usavamo in seconda per capire 1 e 2 in base 5





Le riflessioni dell'insegnante

Calcolare con la linea dei numeri è coerente con l'approccio ricorsivo al numero. La linea dei numeri si arresta a (50) cinque ; i bambini cancellano la parte di linea che prosegue in un modo che riconoscono errato, ma non affrontano la difficoltà del cambio dal secondo e al terzo ordine. Alle mani (al centro nella Figura) viene invece affidato il compito di rappresentare i due addendi che si intendono sommare; un rettangolo “racchiude” la *cinquina* e realizza il cambio che si verifica nell'addizione.

1) Inizialmente gli allievi scrivono quanto segue:

Per costruire una pascalina in base 5 devo costruire delle ruote dentate che partono da 0 e arrivano al 4. Se ti immagini che il 9 è il 4, ti immagini anche il cambio che così arriva a dieci. Così vale anche per la ruota delle decine, e così via per tutte le posizioni.

2) ATTENZIONE

10 in base 10 è 0000000000 dieci

10 in base cinque 00000 cinque

Se ragioniamo in base 5 dobbiamo pensare che non si legge dodici, ma si legge in base 5 cioè il due rimane due, il dieci deve diventare 5, ora bisogna sommare il risultato cioè 7. [...]

INS: Quante basi esistono? Perché?

Di basi ne esistono infinite, perché i numeri, che formano le basi, sono infiniti. Ora provo a vedere quanto è il 6 sulla Pascalina in base 4 che avevo costruito prima

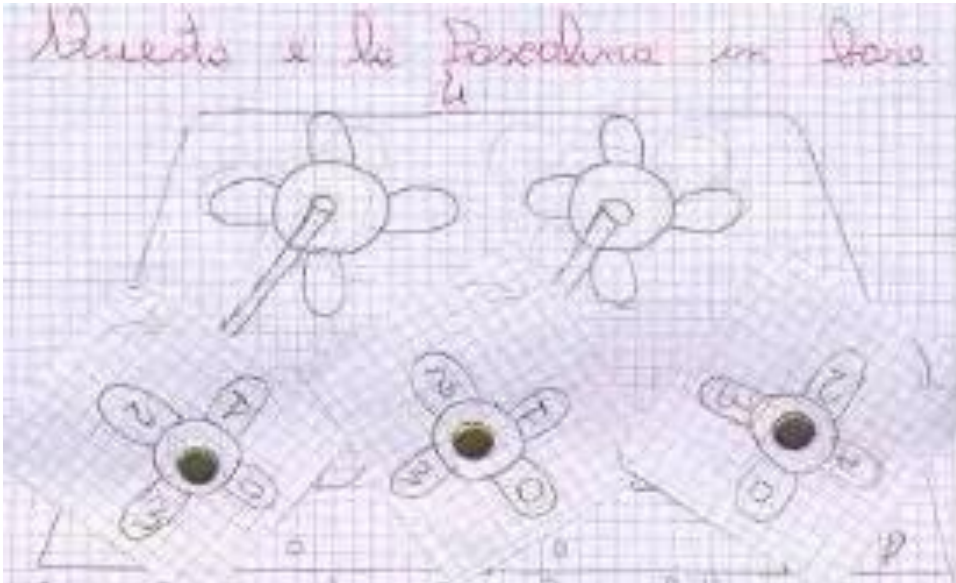
Decine:	Unità:
una che è uguale a 4	due
$1 = 4$	

Facendo quei cambi non avevo capito molto allora la maestra mi ha spiegato come si faceva: si aggiunge 6 volte l'uno allo 0, verrà un cambio e resteranno sulla ruota delle unità 2. poi mi ha spiegato che è un altro modo per dire 6 perché come si vede nella tabella che avevo fatto prima per far vedere quante erano le unità e le decine, se l'uno delle decine è uguale a 4 e le unità sono 2 li posso addizionare e risulta 6 per questo è un altro modo per dire 6.

Ora provo a vedere quanto è l'otto in base 4: ho girato 8 denti partendo dallo 0 resteranno 0 unità e 2 decine 1 decina vale 4 quindi due valgono 8. Infine devo fare 21. Mi vengono 5 gruppi da quattro e 1. Forse viene 101.

Paola rappresenta i numeri con la Pascalina in base quattro

Ho capito che la pascalina in base quattro ha quattro denti, in ognuno c'è scritto un numero che va da 0 a 3. Per far scattare il cambio devi fare $3+1$. le ruote girano in senso orario per fare l'addizione.



Io le ruote le ho fatte così perché se ci aggiungevo il 4 diventava una pascalina in base 5 al posto del 4 c'è lo zero che fa per tanti numeri perché è lui che fa scattare il cambio, per questo i dico che lui fa anche il numero 4, dico anche che lui fa molti altri numeri nella pascalina in base 8 fa lotto per la Pascalina in base 12 fa anche il dodici...