



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

FORLILPSI

DIPARTIMENTO DI FORMAZIONE, LINGUE
INTERCULTURA, LETTERATURE E PSICOLOGIA

Matematica per la formazione di base con laboratorio di matematica (A-L)

Docente Titolare: Prof. Matteo Vannacci

Seconda Edizione - A.A. 2025/26

Tutor Organizzatore: Dott. Goffredo Manzo

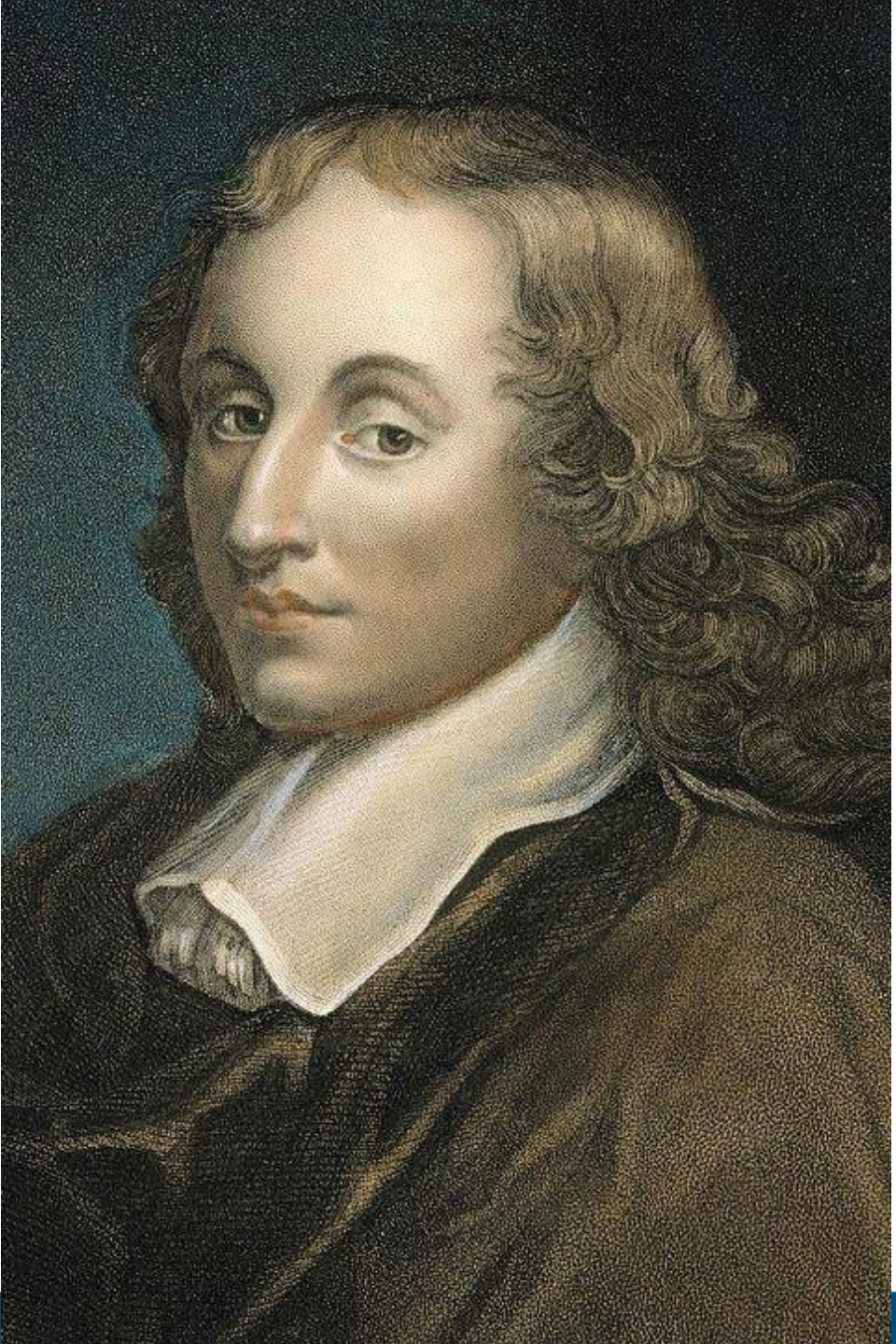


UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Scuola di Studi Umanistici e
della Formazione
corso di laurea magistrale a ciclo unico

Scienze della Formazione Primaria

1642



BLAISE PASCAL



Progetta una macchina matematica
per aiutare il padre, esattore delle
tasse, ad elaborare un enorme
quantità di calcoli



La machine arithmétique

Cosa faceva:

- Esegua **addizioni e sottrazioni** automaticamente
- Usava **ingranaggi e ruote dentate** per rappresentare i numeri

Le macchine calcolatrici

Le calcolatrici meccaniche si diffusero in Europa a partire dal XVII secolo, quando era ormai noto (anche se non sempre utilizzato nella pratica) il sistema di notazione posizionale



La machine arithmétique - Pascalina

La machine arithmétique, conosciuta oggi come **Pascalina**, è stata una delle prime macchine da calcolo in grado di effettuare addizioni e sottrazioni con il riporto automatico delle unità

La Pascalina

Quindi la Pascalina era in grado di fare:

- addizioni e sottrazioni da sola, gestendo automaticamente il passaggio da una cifra all'altra.

La Pascalina

La macchina avendo ruote (una per ogni cifra), quando una ruota passava da 9 a 0 faceva avanzare automaticamente la ruota successiva , quindi il «riporto» avveniva senza intervento umano

Lettera di dedica a Monsignor il Cancelliere del 1645

*“Le lungaggini e le difficoltà degli strumenti di cui ci serviamo
normalmente per i calcoli, mi hanno indotto a pensare a un aiuto più
veloce e più semplice, anche per le mie esigenze personali, al fine di
alleggerirmi nei grandi calcoli in cui sono occupato da qualche anno, a
causa dei molti obblighi del lavoro con cui avete voluto onorare mio
padre, al servizio di Sua Maestà, in Normandia.”*

Nella presentazione della sua macchina Pascal scriveva

“Tu mi sarai grato dell’impegno di cui mi son fatto carico per fare in modo che tutte le operazioni che con i metodi precedenti erano penose, complicate, lunghe e mai sicure diventassero ora facili, semplici, veloci e affidabili”.



Strumento o artefatto ?

Quale differenza?



Artefatto

Un artefatto è un oggetto, materiale o simbolico, dotato di caratteristiche proprie, progettato per perseguire scopi specifici, che incorpora conoscenze ed è il risultato di un processo di evoluzione culturale.

Strumento

Lo strumento è l'artefatto insieme alle modalità del suo utilizzo, così come vengono costruite e interpretate dall'utente in base alla sua esperienza e alla sua cultura.

Lo strumento esiste quindi solo nella prospettiva dell'uso di un artefatto da parte di un individuo.

Strumento

Lo strumento non è solo un oggetto, ma qualcosa che si costruisce ed evolve nell'uso.

Per questo, la didattica deve favorire lo sviluppo degli schemi di utilizzo e dei significati che gli studenti attribuiscono allo strumento, in relazione al compito che viene affrontato.



Come faremo in questo laboratorio

Esplorazione e costruzione della Pascalina,
analisi e discussione di possibili consegne



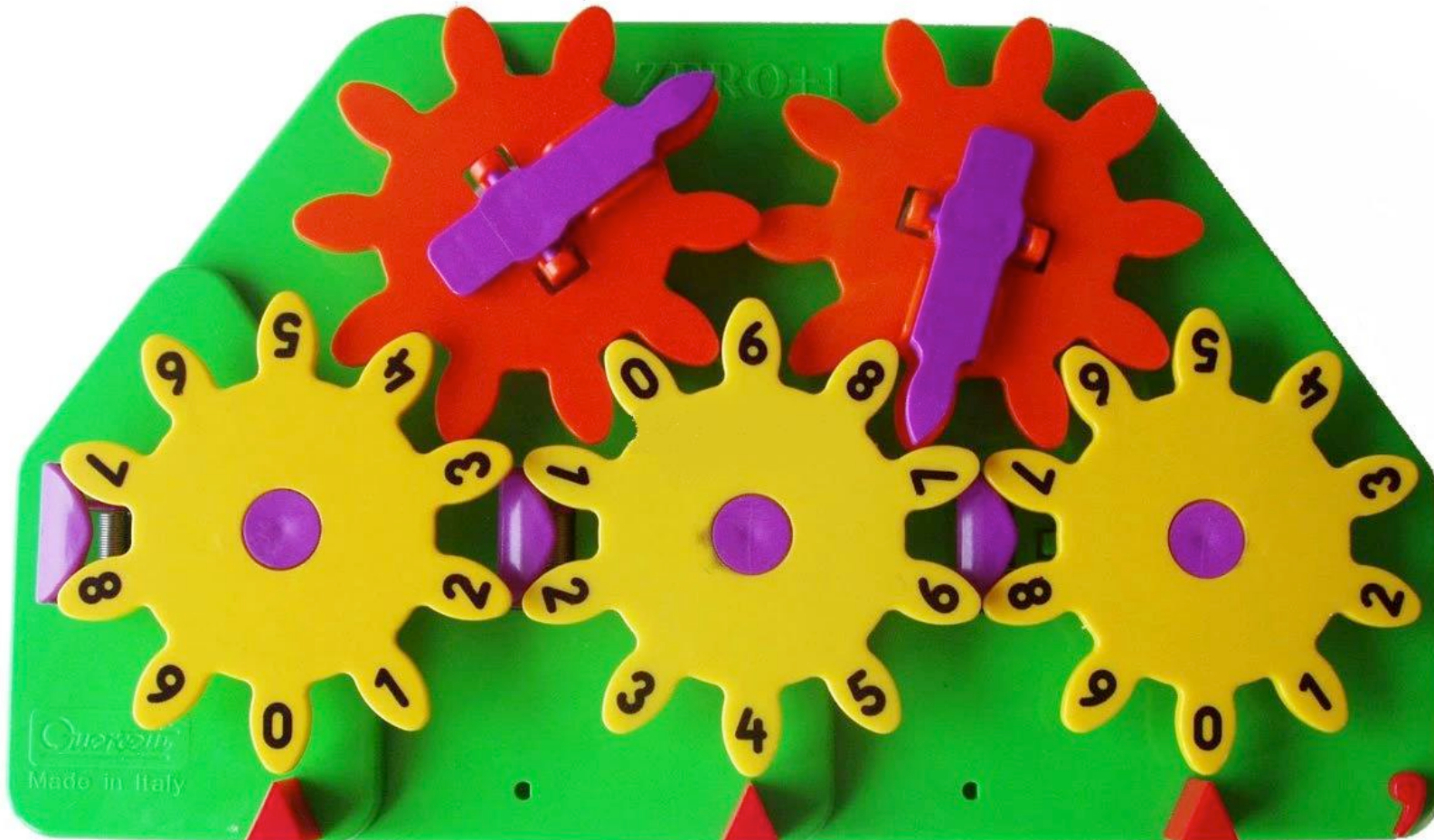
Domande chiave

1. Come è fatta la macchina?
2. Come si usa?
3. Cosa fa la macchina?
4. Significati matematici
5. Perché lo fa?

Come è fatta la macchina:

- La Pascalina è costituita di cinque ruote dentate
- Ognuna è divisa in dieci denti.
- Sulle tre ruote in basso (ruote significative) sono indicate le cifre da 0 a 9 del sistema decimale.
- Le due ruote in alto sono ruote ausiliarie (ruote di trasmissione) che consentono, per mezzo delle barrette ad esse vincolate, di trasmettere il moto da una ruota all'altra

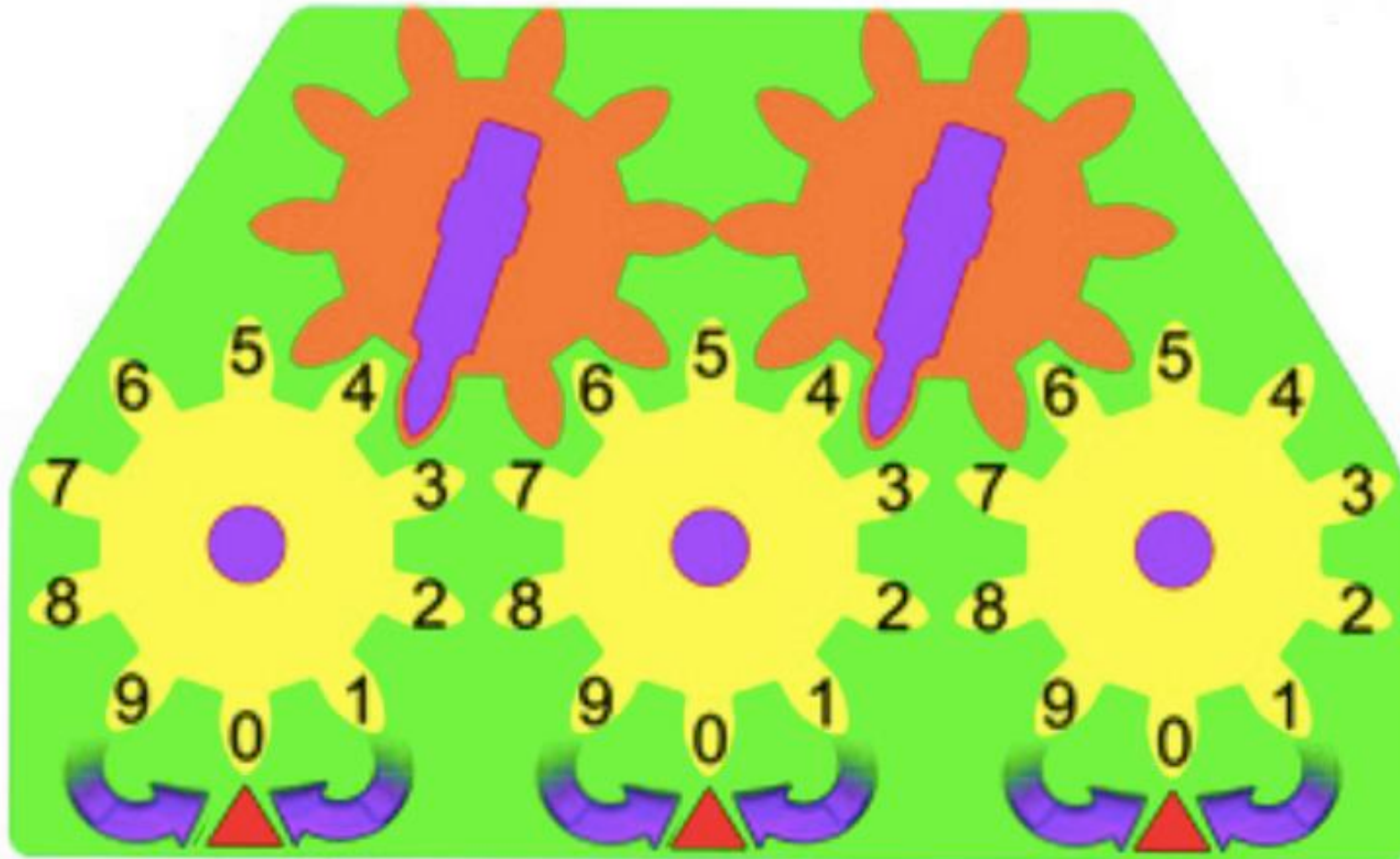
La macchina aritmetica Zero+1 di Quercetti



Come si usa:

- Le ruote numerate (gialle) si possono muovere in senso antiorario/orario
- La ruota numerata a destra rappresenta le unità
- La ruota centrale rappresenta le decine
- La ruota a sinistra rappresenta le centinaia
- Le ruote arancioni in alto consentono l'automatizzazione del cambio grazie alle frecce viola

La macchina aritmetica Zero+1 di Quercetti



Cosa fa la macchina?

Operazioni di addizione

Diversi modi di sommare due numeri

- operando solo sulla ruota delle unità
- operando sulle diverse ruote, girando in senso orario a partire da un numero dato

Cosa fa la macchina?

Operazioni di sottrazione

Diversi modi di sottrarre due numeri

- operando solo sulla ruota delle unità
- operando sulle diverse ruote, girando in senso antiorario a partire da un numero dato

Significati matematici

Addizione (definizione e proprietà)

- ✓ L'addizione è definita ricorsivamente
- ✓ L'addizione per decomposizione
- ✓ L'addizione per completamento
- ✓ Elemento neutro dell'addizione
- ✓ Proprietà commutativa dell'addizione
- ✓ Proprietà associativa dell'addizione

Significati matematici

Sottrazione (definizione e proprietà)

- ✓ La sottrazione è definita ricorsivamente
- ✓ La sottrazione per decomposizione
- ✓ La sottrazione per completamento
- ✓ Elemento neutro della sottrazione
- ✓ Non commutativa della sottrazione
- ✓ Non associativa della sottrazione

Perché lo fa?

- ✓ In che modo la macchina garantisce lo svolgimento delle operazioni?
- ✓ Con quale teoria matematica possiamo giustificare il suo funzionamento?

Matematica incorporata

La «matematica incorporata» è la *logica matematica che quel meccanismo realizza*

Matematica incorporata

Nella Pascalina la matematica non è scritta
ma è costruita nel funzionamento delle ruote

Matematica incorporata

Nella Pascalina la matematica è incorporata perché:

- ogni ruota rappresenta una posizione (unità, decine, centinaia...)
- quando arrivi a 10 scatta la ruota successiva

Matematica incorporata

Notazione posizionale

Ogni numero naturale può essere scritto come combinazione lineare di potenze di dieci, utilizzando come coefficienti della combinazione le dieci cifre 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

$$n = a_k 10^k + \dots + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$$

Matematica incorporata

$$n = a_k 10^k + \dots + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$$

Posizione	Centinaia	Decine	Unità
Potenza di 10	10^2	10^1	10^0
Cifra	3	4	5

$$345 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5$$

Matematica incorporata

$$n = a_k 10^k + \dots + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$$

- $a_2, a_1, a_0 \rightarrow$ sono le cifre (0–9)
- $10^2, 10^1, 10^0 \rightarrow$ indicano la posizione
- $k = 2 \rightarrow$ posizione più alta
- $k =$ numero di cifre $- 1$

Assiomi di Peano (N numeri naturali)

- In $\mathbb{N}$ c'è un elemento indicato con il simbolo 0 (zero)
- Esiste una funzione biunivoca o operatore (detta successivo), cioè puoi sempre aggiungere un numero successivo
- Numeri diversi hanno successivi diversi
- La funzione inversa si chiama «precedente»
- Zero non è il successivo di nessun numero (non esiste un numero che «prima di 0» con +1 dia 0)
- Se una proprietà vale per 0 e vale per il successivo allora vale per tutti i numeri

COME SI COSTRUISCE UNA PASCALINA?

- ✓ 1 Pannello polionda formato A4 spessore consigliato: 3 mm
- ✓ 20 fermacampioni (i numero 6 vanno benissimo)
- ✓ 1 foglio gomma EVA (gomma Crepla) 40x60 mm con spessore 2 mm
- ✓ 2 cartoncini A4 colorati
- ✓ 1 pennarello indelebile
- ✓ colla vinilica o colla multiuso attaccatutto
- ✓ scotch di carta
- ✓ forbici



pannello polionda
- formato A4
- spessore 3mm

20 fermacampioni numero 6



1 foglio di gomma EVA
40x60 mm con
Spessore 2 mm



2 cartoncini A4 colorati



scotch di
carta



Forbici



Colla Vinavil



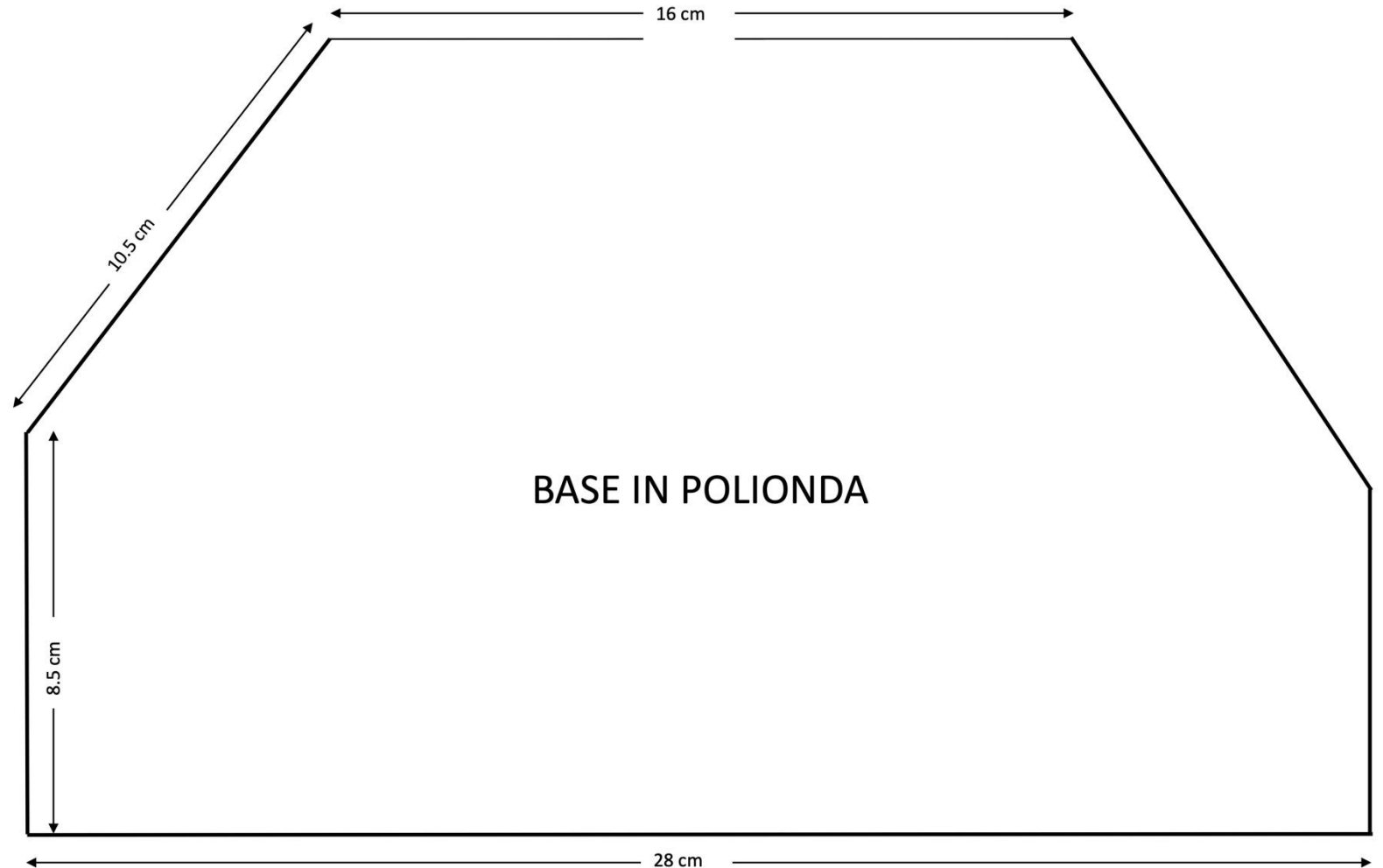
1 pennarello
Indelebile



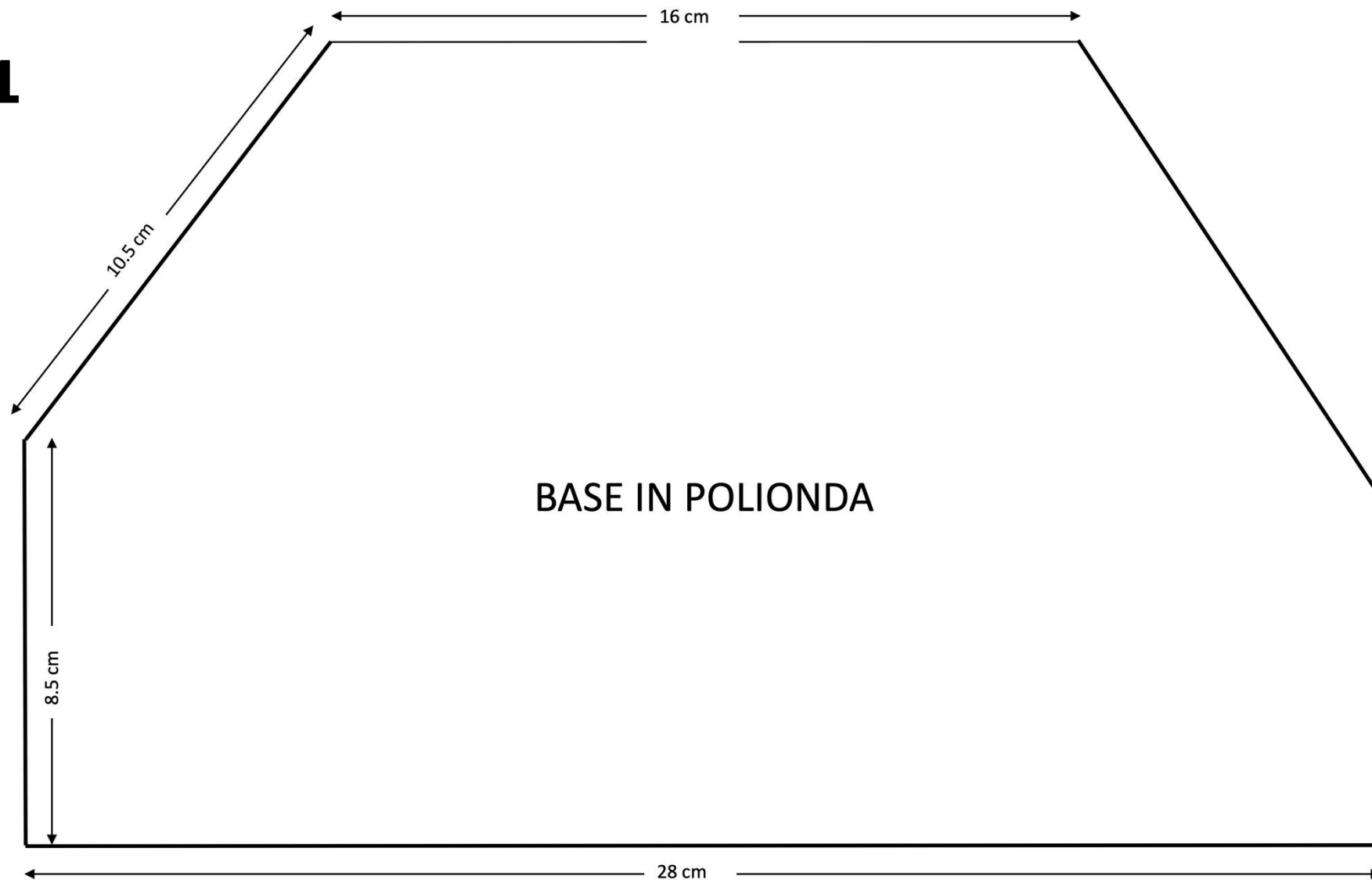


Fase 1

- Ritagliare la base in polionda utilizzando come modello il foglio cartaceo fornito (pagina 2).
- Il foglio è in scala reale e può essere usato direttamente come guida.



Fase 1



Fase 2

- Ritagliare dalla Gomma EVA i pezzi seguendo lo schema della figura.
- Sovrapporre 3 pezzi e incollarli tra loro.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per almeno 15 minuti.



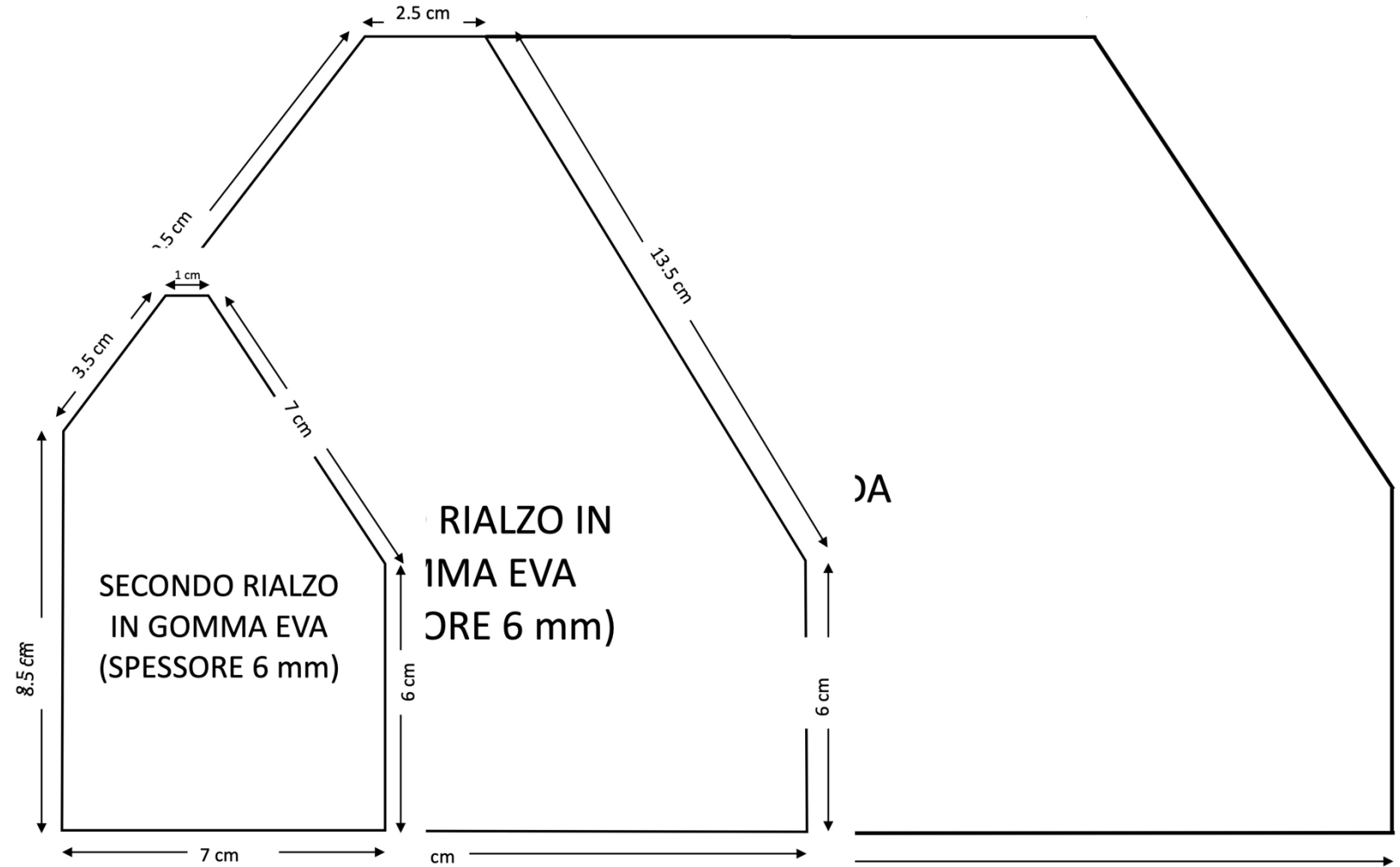
Fase 3

- Ritagliare dalla Gomma EVA i pezzi seguendo lo schema della figura.
- Sovrapporre 3 pezzi e incollarli tra loro.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per almeno 15 minuti.



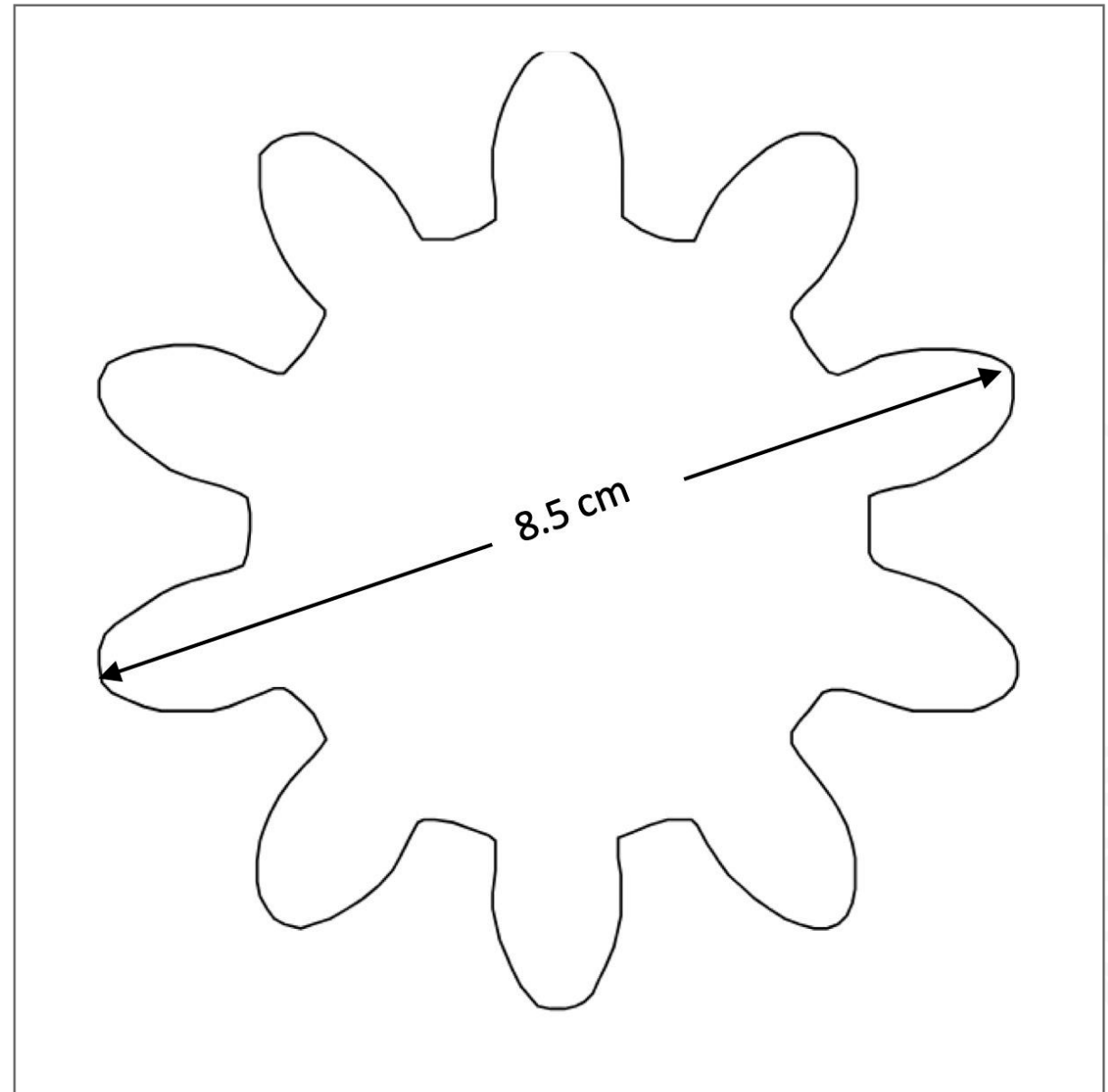
Fase 4

- Incollare i pezzi ottenuti sulla base di polionda seguendo lo schema della figura.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per circa 15 minuti.



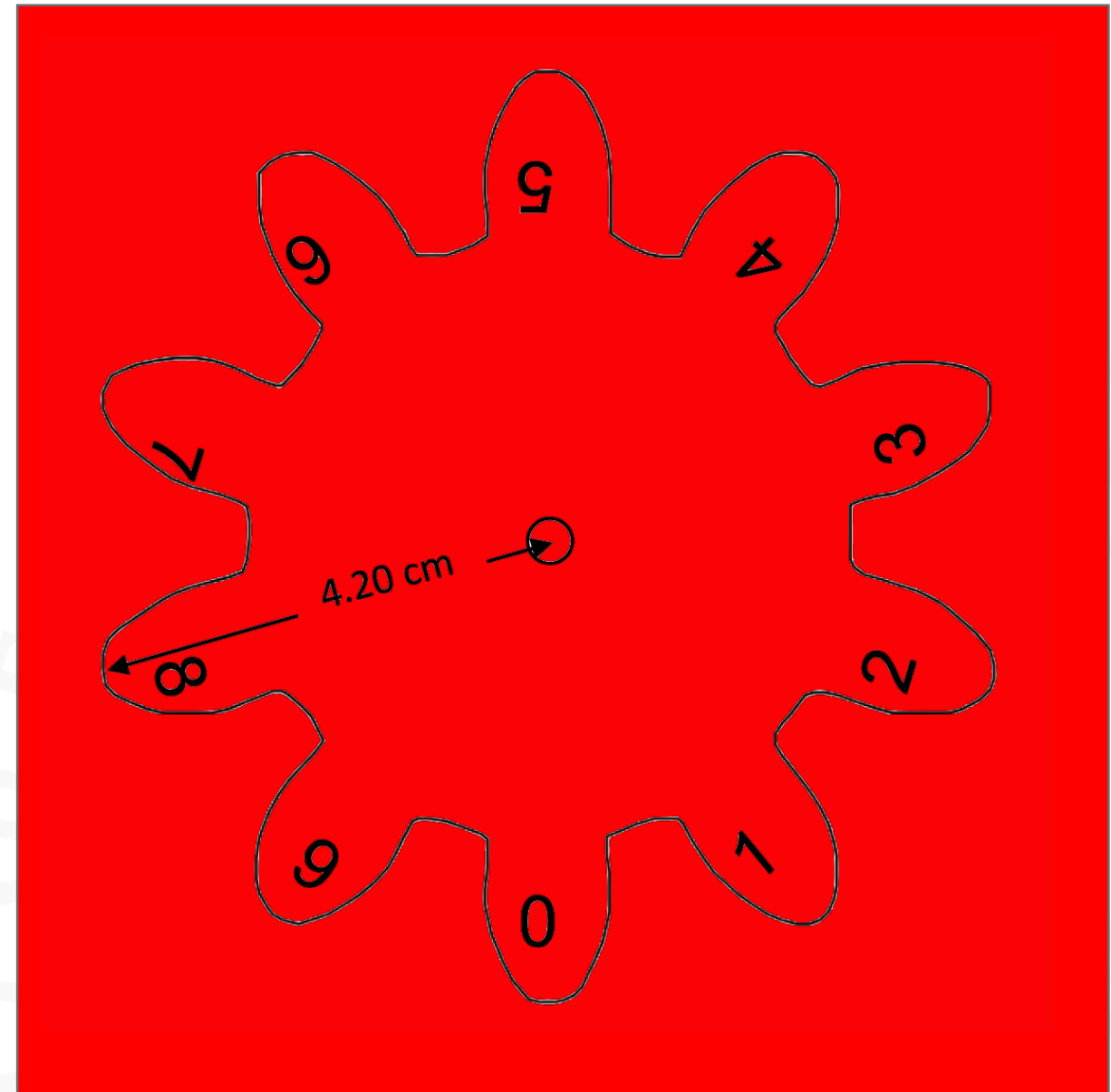
Fase 5

- Ritagliare dalla Gomma EVA 10 quadrati seguendo il modello mostrato in figura.
- Incollare i quadrati a due a due, sovrapponendoli, per ottenere 5 quadrati doppi.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per almeno 15 minuti.



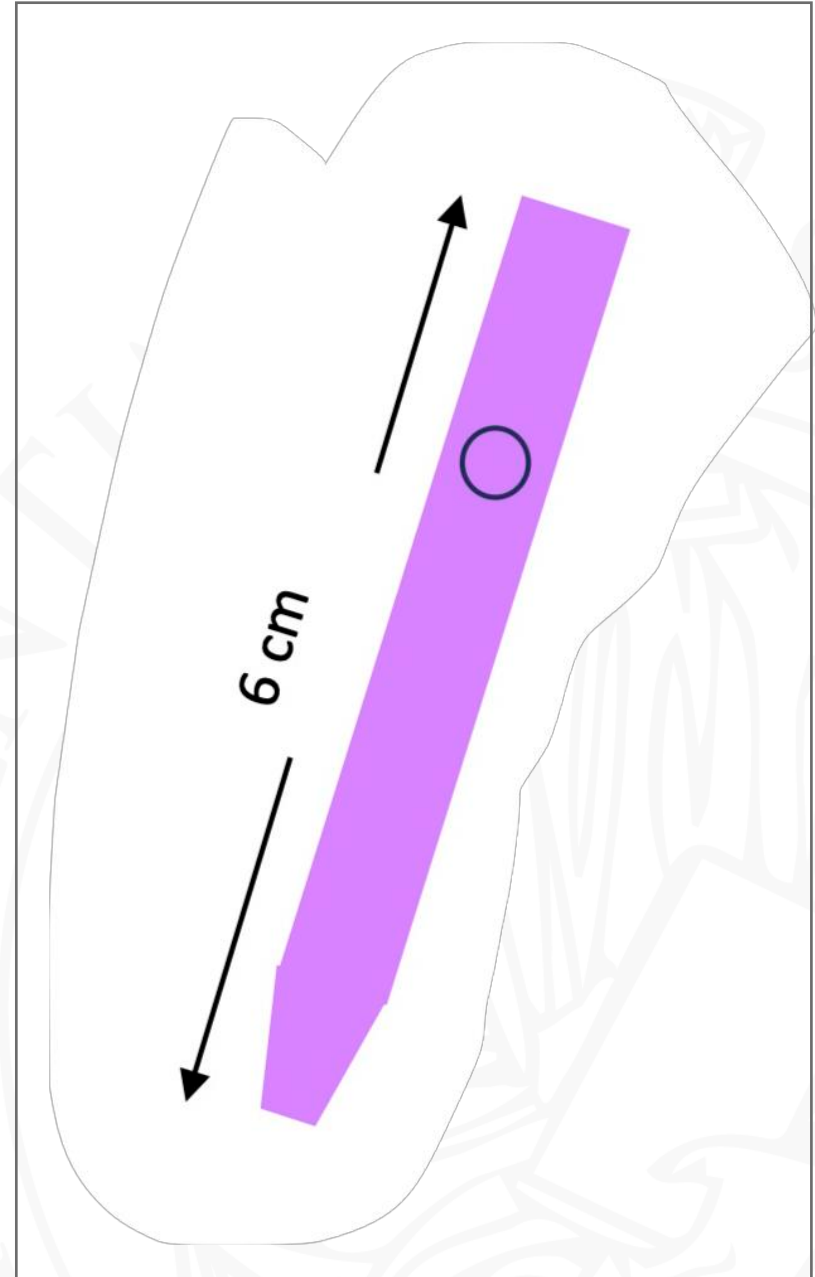
Fase 6

- Ritagliare 5 quadrati di cartoncino seguendo il modello mostrato in figura.
- Incollare ciascun quadrato di cartoncino sopra i quadrati di Gomma EVA precedentemente preparati.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per almeno 15 minuti.
- Una volta che la colla è ben asciutta, ritagliare ciascun elemento seguendo lo schema della ruota dentata.
- 2 ruote devono rimanere senza numerazione.



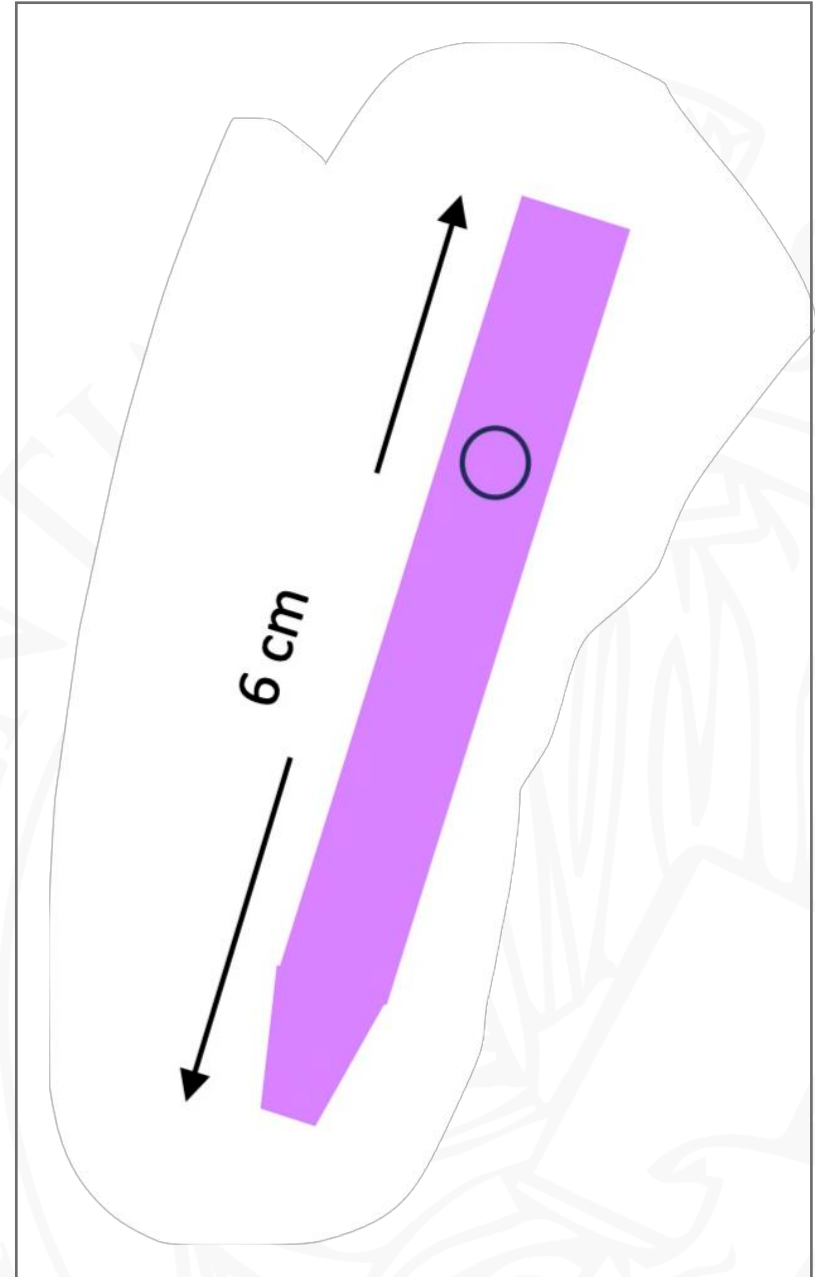
Fase 7

- Ritagliare dalla Gomma EVA 6 rettangoli seguendo il modello mostrato in figura.
- Incollare i rettangoli a tre a tre, sovrapponendoli, per ottenere 2 rettangoli tripli.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per almeno 15 minuti.



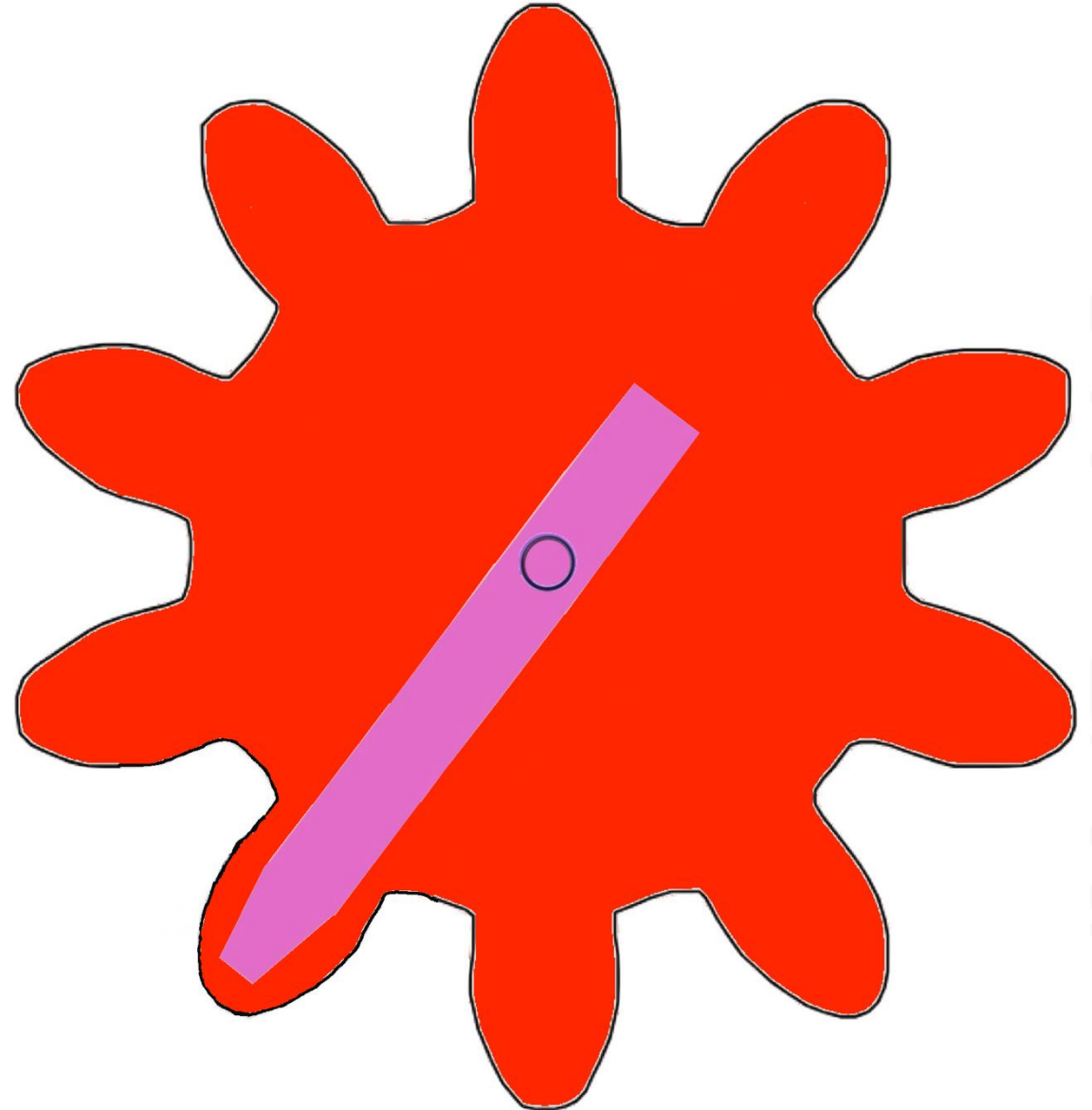
Fase 8

- Ritagliare 2 rettangoli di cartoncino seguendo il modello mostrato in figura.
- Incollare ciascun rettangolo di cartoncino sopra i rettangoli di Gomma EVA precedentemente preparati.
- Posizionare sopra uno o più pesi (ad esempio dei libri) per mantenerli ben pressati.
- Lasciare in posizione per almeno 15 minuti.
- Una volta che la colla è ben asciutta, ritagliare ciascun elemento seguendo lo schema della freccia.



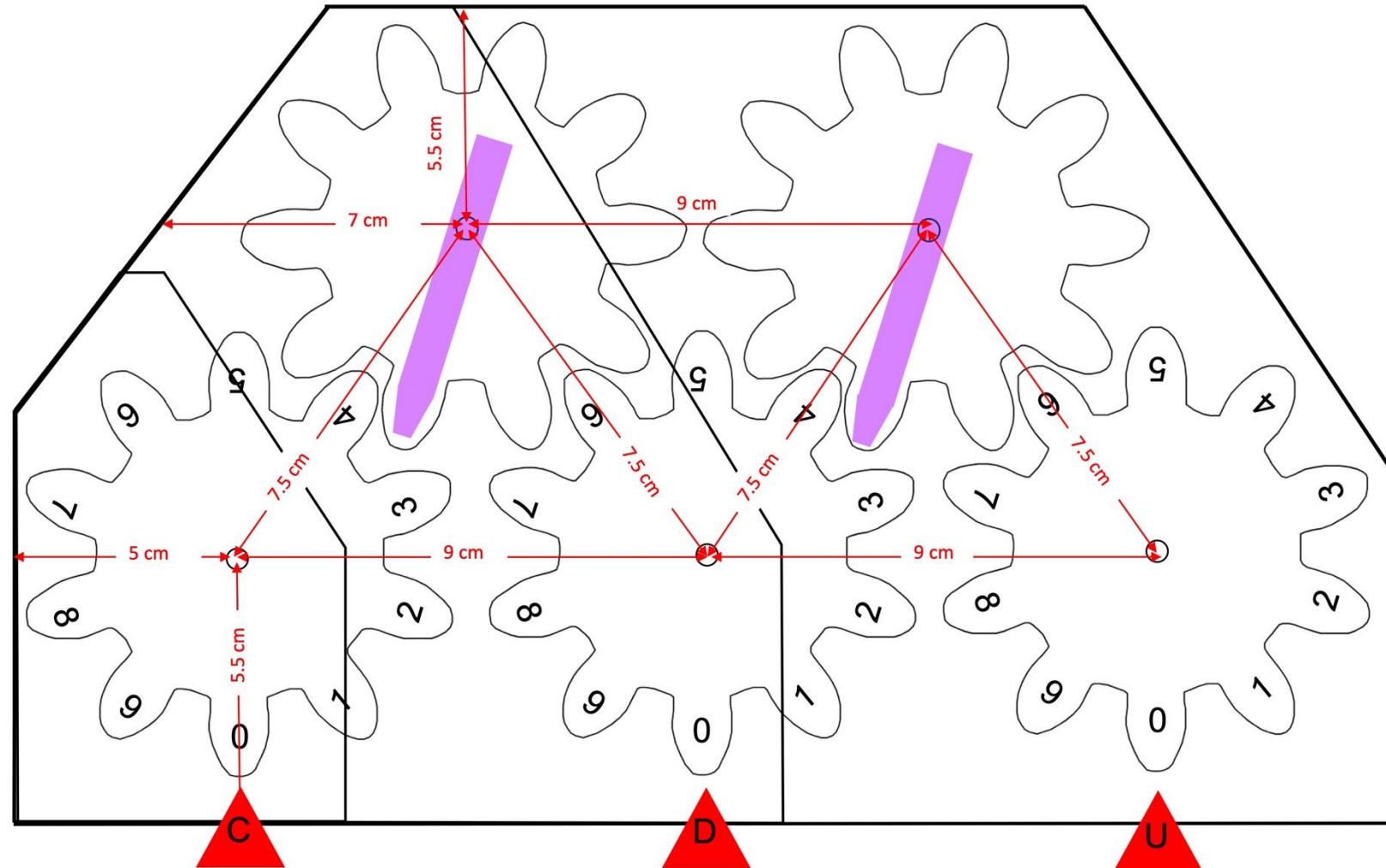
Fase 9

- Incollare su ogni ruota dentata (ruota di trasmissione) le frecce realizzate precedentemente.
- Allineare il foro della freccia con quello della ruota.



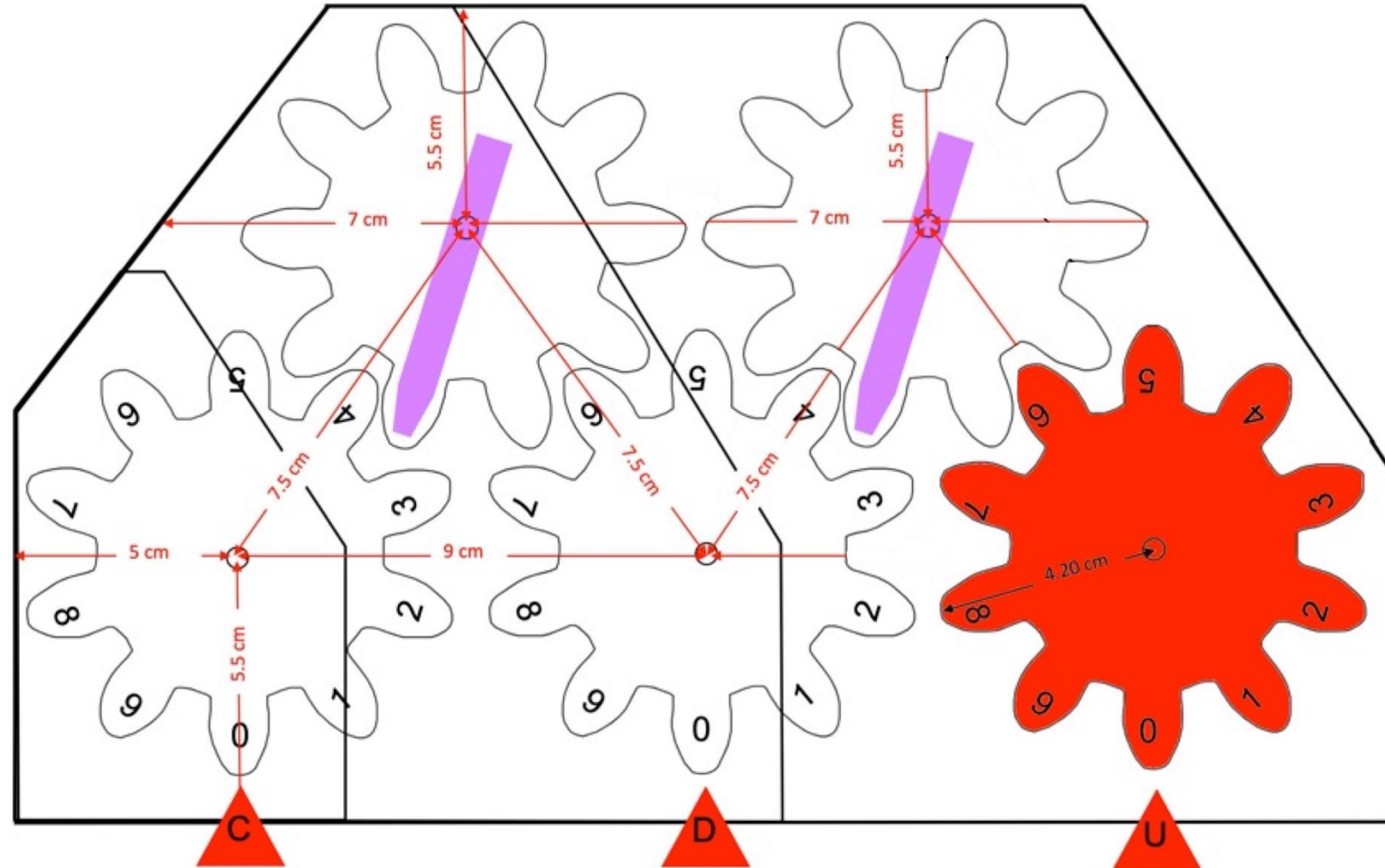
Fase 10

- Posizionare le ruote sulla base seguendo lo schema della figura.
- Prima di forare, segnare con una matita i punti in cui praticare i fori, rispettando le misure indicate (utilizzare il righello).
- Praticare i fori con una matita appuntita o con le forbici.



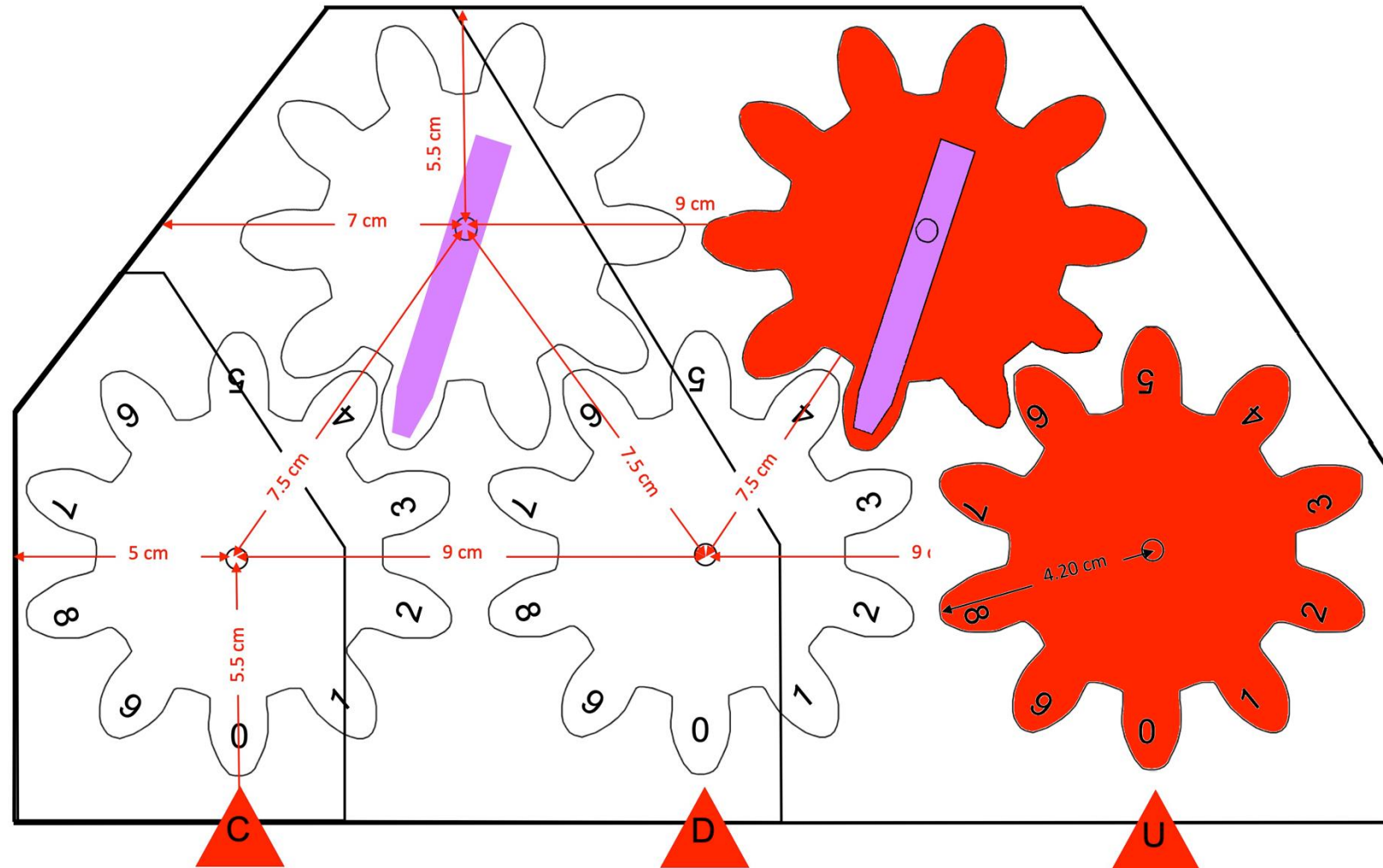
Fase 11

- Inserire la prima ruota dentata nella posizione in basso a destra, come mostrato in figura.
- Fissarla con un fermacampione, verificando che possa girare liberamente.



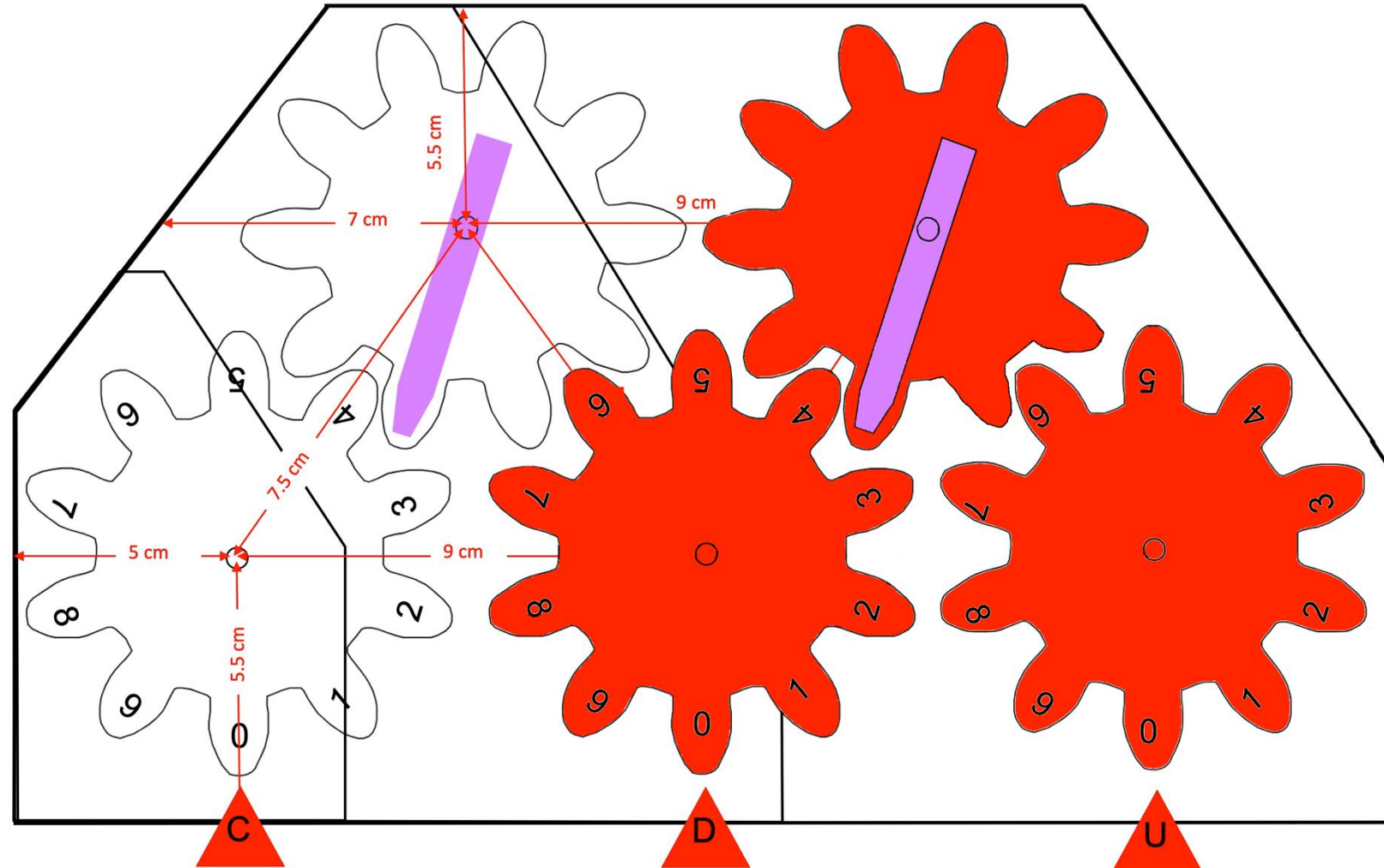
Fase 12

- Inserire la seconda ruota dentata (con freccia) nella posizione in alto a destra.
- Fissarla con un fermacampione, verificando che possa girare liberamente.



Fase 13

- Inserire la terza ruota dentata nella posizione in basso centrale.
- Fissarla con un fermacampione, verificando che possa girare liberamente.



-

Fase 15

- Inserire la quinta ruota dentata nella posizione in basso a sinistra.
- Fissarla con un fermacampione, verificando che possa girare liberamente.

